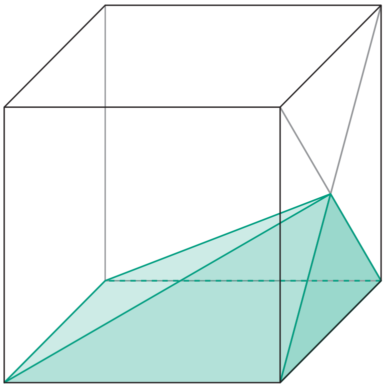
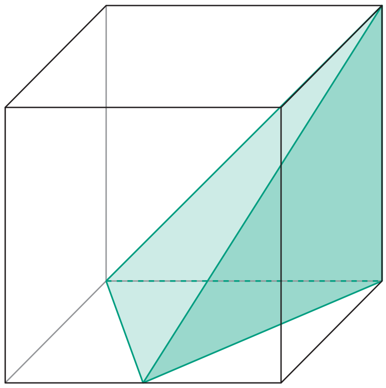
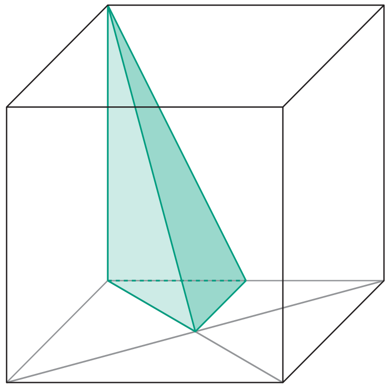
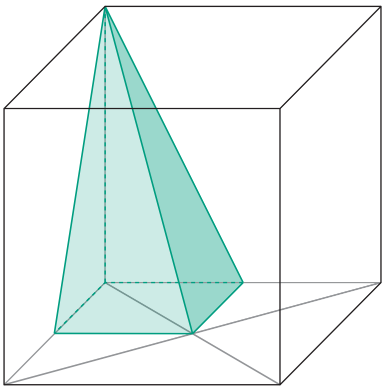
mathbuch 3+ ⋮ LU 14 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ Teste dich selbst (Lösungen)

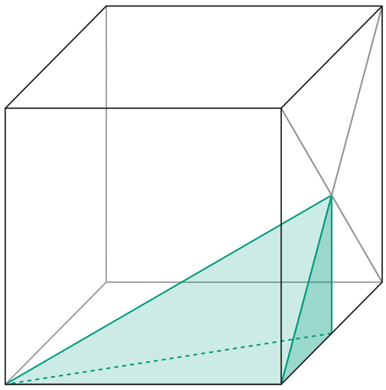
1 Gib die Volumen der sechs Pyramiden als Bruchteile und in Prozent des Würfelvolumens an.

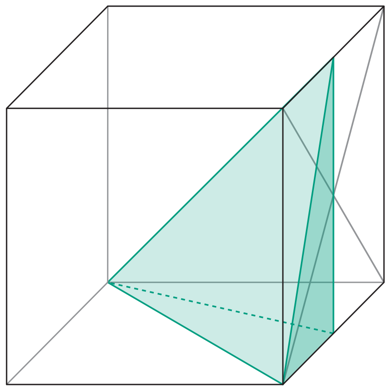

Pyramide 1


Pyramide 2


Pyramide 3


Pyramide 4

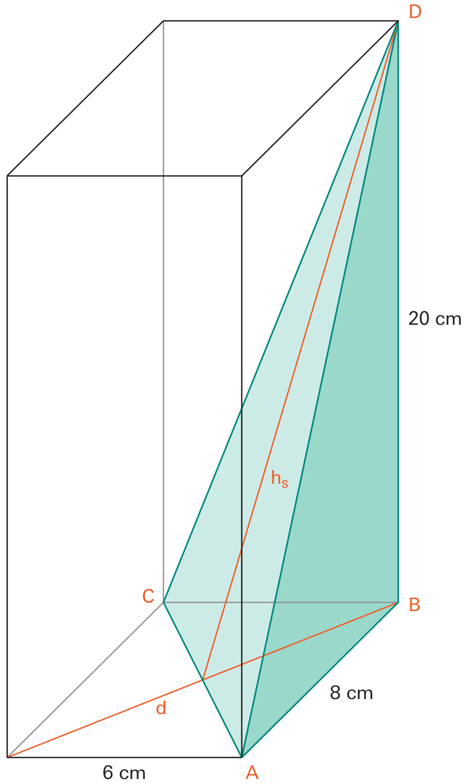

Pyramide 5


Pyramide 6

	Bruchteil des Würfelvolumens	Prozent des Würfelvolumens
Pyramide 1	$\frac{1}{6}$	16,7 %
Pyramide 2	$\frac{1}{6}$	16,7 %
Pyramide 3	$\frac{1}{24}$	4,17 %
Pyramide 4	$\frac{1}{12}$	8,33 %
Pyramide 5	$\frac{1}{24}$	4,17 %
Pyramide 6	$\frac{1}{12}$	8,33 %

mathbuch 3+ ┊ LU 14 ┊ Arbeitsheft+ ┊ Teste dich selbst (Lösungen)

2 Im dargestellten Quader ist die grün gefärbte Pyramide einbeschrieben.
Berechne …



A das Volumen der Pyramide.

$V = G \cdot h : 3$

$G = (6 \cdot 8) : 2 = 24$

$V = 24 \cdot 20 : 3 = 8 \cdot 20 = 160$

$V = 160\ cm^3$

B die Oberfläche der Pyramide.

$S = G + M$

$G = 6 \cdot 8 : 2 = 24$

$M = A_{DreieckABD} + A_{DreieckBCD} + A_{DreieckACD}$

$A_{DreieckABD} = 8 \cdot 20 : 2 = 80$

$A_{DreieckBCD} = 6 \cdot 20 : 2 = 60$

$A_{DreieckACD} = d \cdot hs : 2$

$d = \sqrt{6^2 + 8^2}$

$d = \sqrt{36 + 64} = 10$

$h = \sqrt{(\frac{d}{2})^2 + 20^2}$

$h = \sqrt{5^2 + 20^2} = \sqrt{425} = 20{,}6155$

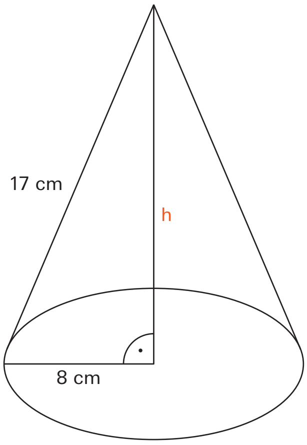
$A_{DreieckACD} = 10 \cdot 20{,}6155 : 2 = 103{,}078$

$S = 24 + 80 + 60 + 103{,}078 = 267{,}008$

$S \approx 267\ cm^2$

mathbuch 3+ ⁞ LU 14 ⁞ Arbeitsheft+ ⁞ Teste dich selbst (Lösungen)

3



A Berechne das Volumen des Kegels.

$V = G \cdot h : 3$

$h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = 15$

$V = 8^2 \cdot \pi \cdot 15 : 3$

$V = 64\,\pi \cdot 5 = 320\,\pi$

$V = 1\,005{,}309$

$V \approx 1\,005\ \text{cm}^3$

B Berechne seine Mantelfläche.

$M = \frac{b \cdot s}{2} = \frac{2r \cdot \pi \cdot s}{2}$

$M = \frac{2 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 17}{2} = 8 \cdot 17\,\pi = 136\,\pi$

$M = 427{,}257$

$M \approx 427\ \text{cm}^2$

mathbuch 3+ ⋮ LU 14 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ Teste dich selbst (Lösungen)

4 Ein Kreissektor wird zu einem Kegel geformt.
Vom Kreissektor kennt man den Zentriwinkel α = 240° und den Flächeninhalt A = 54 π.
Berechne das Volumen des Kegels.

s = Radius des Kreissektors = Länge der Mantellinie des Kegels

r = Radius der Grundfläche

b = Bogenlänge des Kreissektors = u = Umfang der Grundfläche des Kegels

h = Körperhöhe des Kegels

$A = \frac{(s^2 \cdot \pi \cdot \alpha)}{360°} = \frac{s^2 \cdot \pi \cdot 240°}{360°} = 54\,\pi$

$\frac{s^2 \cdot \pi \cdot 2}{3} = 54\,\pi$

$s^2 \cdot \pi \cdot 2 = 162\,\pi$

$s^2 = 81$

$s = 9$

$b = \frac{2s \cdot \pi \cdot 240°}{360°} = \frac{2 \cdot 9 \cdot \pi \cdot 240°}{360°} = 12\,\pi$

$b = u = 2r \cdot \pi = 12\,\pi$

$r = 6$

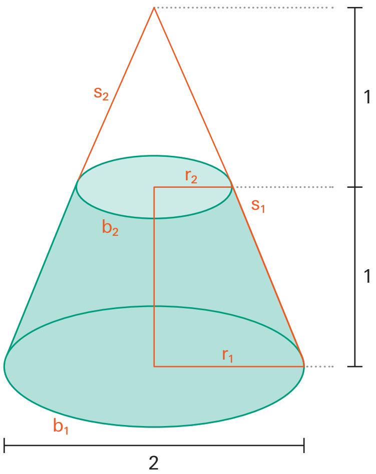
$h = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{81 - 36} = \sqrt{45}$

$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{6^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{45}}{3}$

$V = 319{,}89 \approx 319{,}9$

mathbuch 3+ ⋮ LU 14 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ Teste dich selbst (Lösungen)

5 Die Grundfläche und die Deckfläche des grün gefärbten Kegelstumpfes sind Kreise.



A Berechne das Volumen des Kegelstumpfs.

Das Volumen des Kegelstumpfs entspricht dem Volumen des ganzen Kegels

minus dem Volumen des abgeschnittenen Kegels.

$V_S = V_K - V_A$

$V_K = G \cdot h : 3 = 1^2 \cdot \pi \cdot 2 : 3 = \frac{2\pi}{3}$

$V_A = \frac{(\frac{1}{2})^2 \cdot \pi \cdot 1}{3} = \frac{\pi}{12}$

$V_S = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{7\pi}{12}$

B Berechne die Oberfläche des Kegelstumpfs.

Die Oberfläche des Kegelstumpfs entspricht der Grundfläche plus der Deckfläche

plus der Mantelfläche.

$S = G + D + M$

$G = r_1^2 \cdot \pi = 1 \cdot \pi = \pi$

$D = r_2^2 \cdot \pi = 0{,}5^2 \cdot \pi = 0{,}25\,\pi$

$M = M_K - M_A$

mathbuch 3+ ⁞ LU 14 ⁞ Arbeitsheft+ ⁞ Teste dich selbst (Lösungen)

$M_K = \frac{(b_1 \cdot s_1)}{2}$

$\rightarrow s_1 = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$\rightarrow b_1 = 2 \cdot r_1 \cdot \pi = 2 \cdot 1 \cdot \pi$

$M_K = \frac{2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot \sqrt{5}}{2} = \pi \cdot \sqrt{5}$

$M_A = \frac{(b_2 \cdot s_2)}{2}$

$\rightarrow s_2 = s_1 : 2 = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\rightarrow b_2 = 2 \cdot r_2 \cdot \pi = 2 \cdot 0{,}5 \cdot \pi$

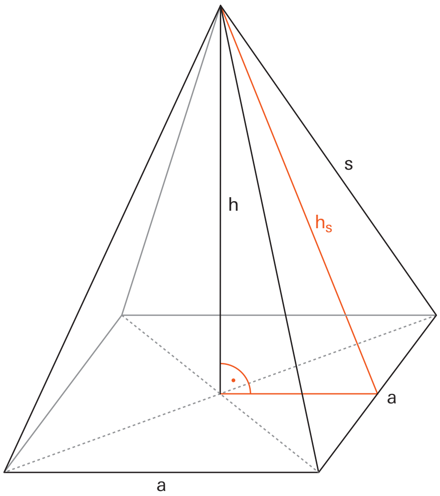
$M_A = \frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot \pi \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}}{2} = \frac{\pi \cdot \sqrt{5}}{4}$

$M = \pi \cdot \sqrt{5} - \frac{\pi \cdot \sqrt{5}}{4} = \frac{3\pi \cdot \sqrt{5}}{4}$

$S = \pi + 0{,}25\,\pi + \frac{3\pi \cdot \sqrt{5}}{4} = \frac{5\pi + 3\pi \cdot \sqrt{5}}{4} \approx 9{,}196 \approx 9{,}20$

mathbuch 3+ ⋮ LU 14 ⋮ Arbeitsheft+ ⋮ Teste dich selbst (Lösungen)

6 Von einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche kennt man die Grössen der Oberfläche S = 896 cm^2 und der Mantelfläche M = 700 cm^2.
Berechne die Längen der Grundkante a, der Höhe h und der Seitenkante s sowie das Volumen der Pyramide.



Grundfläche $G = S - M = 896 - 700 = 196 = a^2$

$\rightarrow\ a = \sqrt{196} = 14$

$M = 4 \cdot \frac{(a \cdot h_s)}{2} = 4 \cdot \frac{(14 \cdot h_s)}{2} = 28 \cdot h_s = 700$

$\rightarrow\ h_s = 700 : 28 = 25$

$h = \sqrt{h_s^2 - (\frac{a}{2})^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24$ cm

$s = \sqrt{h_s^2 + (\frac{a}{2})^2} = \sqrt{25^2 + 7^2} = \sqrt{674} = 25{,}9615 \approx 26$ cm

$V = g \cdot h : 3 = 196 \cdot 24 : 3 = 1\,568$ cm^3