Roulette und Zahlenlotto

LU 3.18 Roulette und Zahlenlotto

Lernziele

Ich kann ...	Ja Nein
die Anzahl Möglichkeiten berechnen, wenn aus einer bestimmten Anzahl Zahlen eine, zwei, drei oder mehr Zahlen gezogen werden und meine Berechnungen begründen. SB+8,9 und 11, AH+ 1, 2 und 6	
statistische Angaben zu Ziehungen erläutern und dazu Berechnungen anstellen. SB+13 und AH+7 bis 9	
einfache Wahrscheinlichkeiten beim Roulettespiel berechnen. SB+ 2 bis 6	
Simulationen zu Zahlenlotto und Roulette durchführen und auswerten. SB+1,13 und 14	
Gewinnchancen bzw. Wahrscheinlichkeiten bei Ziehungen „mit Zurücklegen“ bestimmen und die Bedingungen und Gedankenschritte dazu darlegen. AH+ 10	
Wettgewinne entsprechend der Gewinnwahrscheinlichkeit einschätzen. SB+ 12 und 14	
die Ergebnisse von Simulationen mit Erwartungswerten vergleichen. SB+13 und 14	

Lernlinks http://schule.omr.ch/ru oder http://www.mathbuch.info

Abgeben vor der Prüfung
- vollständig ausgefülltes und sauber geführtes Dossier
- eingeklebte Arbeitsblätter aus dem Arbeitsbuch inklusive aller dazu gemachten Notizen
- Merkblatt zur Lernumgebung
- vollständige gelöste Probeprüfung
- zusätzlich gelöste Blätter

Falls ein oder mehrere der oben erwähnten Punkte nicht erfüllt sind, hat dies negative Arbeitshaltungspunkte zur Folge.

Name Vorname Klasse

---

3. Sekundarklasse

Dossierkontrolle vom

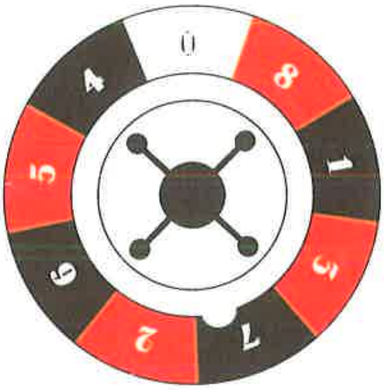
Bemerkungen

Unterschrift der Eltern

Einstieg

Professionelle Anbieter von Glücksspielen machen Gewinn. Wer viel spielt, verliert in der Regel Geld, nur wenige Spielerinnen und Spieler gewinnen. Trotzdem träumen viele vom grossen Gewinn. Einige Menschen sind sogar richtig süchtig nach Glücksspielen.

Schulbuch 1 Miniroulette



Miniroulette mit neun Zahlen Für das Miniroulette braucht ihr die Spielkarten 0 bis 8. In jeder Spielrunde wird zufällig eine der neun Karten gezogen. Man kann unterschiedliche Wetten abschliessen. Je Spielrunde setzt man einen Einsatz (Spielmarken) auf eines oder mehrere der Wettfelder.

Folgende Wetten und Gewinne sind möglich:

Wette auf ...	Gewinn (zusätzlich zum Einsatz)
eine einzelne Zahl (0, 1, 2, ... 8).	das Siebenfache des Einsatzes
«gerade» (2, 4, 6, 8) oder «ungerade» (1, 3, 5, 7). (0 gewinnt weder bei «gerade» noch bei «ungerade».)	das Einfache des Einsatzes
«rot» (2, 3, 5, 8) oder «schwarz» (1, 4, 7, 6).	das Einfache des Einsatzes
ein Zahlenpaar (1 und 2, 3 und 4, 5 und 6, 7 und 8).	das Dreifache des Einsatzes

Bei falschen Tipps geht der Einsatz an die Bank.

Beispiel für eine Spielrunde:
A setzt eine Spielmarke auf 5. B setzt drei Spielmarken auf das Zahlenpaar 5 und 6. C setzt eine Spielmarke auf „schwarz2. Es wird die 5 („rot") gezogen.

- A erhält seine gesetzte Spielmarke und sieben weitere Spielmarken.
- B erhält seine drei gesetzten Spielmarken und neun weitere Spielmarken.
- Der Einsatz von C geht an die Bank.

Auftrag A
Spielt in Gruppen von drei bis sechs Personen Miniroulette. Jemand verwaltet die Bank. Die anderen Personen erhalten von der Bank je zehn Spielmarken. Die Spielenden legen einen Einsatz auf ein Wettfeld. Die Spielleitung mischt die neun Karten und zieht zufällig eine heraus. Sie zahlt die entsprechenden Gewinne aus und sammelt verlorene Einsätze ein. Alle Spielenden führen Protokoll über Wetten, gezogene Zahlen,
Gewinne und Verluste.

Mein Protokoll

Der französische Philosoph und Mathematiker Blaise Pascal (1623–1662) hat sich als Erster mathematisch mit Fragen rund um Glücksspiele auseinandergesetzt. Er war ein Pionier auf dem Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Bereits Pascal bestimmte die Wahrscheinlichkeit für gleich wahrscheinliche Ereignisse mit der Formel:

$$\frac{\text{Anzahl günstige Ereignisse}}{\text{Anzahl mögliche Ereignisse}}$$

Schulbuch 2
Berechne die Gewinn-Wahrscheinlichkeiten.

Gesetzt auf ...	Wahrscheinlichkeit
... eine der Zahlen 0, 1, 2, 3, ... 8	je 1/9 = 0.1̄
... „gerade“ (2,4,6,8) Zahlen	je 4/9
... „gerade“ (1,3,5,7) Zahlen	je 4/9
... „rot“ (2,3,7,8)	je 4/9
... „schwarz (1,4,5,6)	je 4/9
... zwei Zahlen (1,2), (3,4), (5,6), (7,8)	je 2/9

Schulbuch 3
Nimm an, jemand spielt 9000 Spiele und setzt immer auf das gleiche Wettfeld.
Wie viel Gewinn oder Verlust erwartest du? Begründe!

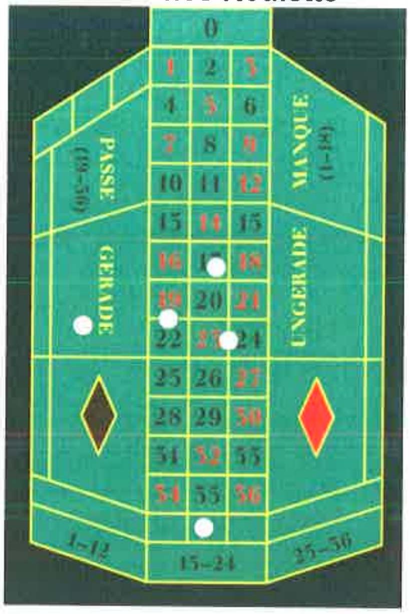
A Es wird immer ein Chip auf die Zahl 7 gesetzt.

B Es wird immer ein Chip auf „gerade“ gesetzt.

A Da die Wahrscheinlichkeit für jede Zahl 1/9 beträgt, wird die Zahl Zahl bei so vielen würfen ca. 1000 × gezogen.
D.h ca. 8000 Verluste
ca. 1000 Gewinne + 7000 Jetons = 8000 Jetons nach dem Spiele
Spiele

B Gerade Zahlen haben eine Wahrscheinlichkeit von 4/9, d.h. von 9000 Ziehungen werden ca. 4000 gerade sein und 5000 eben nicht.
Es ist also mit einem Verlust von ca. 5000 Einsätzen zu rechnen!
Dabei gewinnt er aber auch 4000 Jetons, so hat er am Schluss ca. 8000 Jetons.

Schulbuch 4
Französisches Roulette



Französisches Roulette mit 37 Zahlen

Roulette ist ein Glücksspiel aus Frankreich und bedeutet «kleines Rad». Man setzt dabei einen oder mehrere Jetons auf eine Zahl, eine Zahlengruppe oder eine Farbe. Das Rad wird gedreht und die Kugel ins Rad geworfen. Die Kugel fällt nach einigen Kreisen auf eine der 37 Zahlen. Wer den Spielausgang erraten hat, gewinnt, wer falsch getippt hat, verliert seinen Einsatz.

Das französische Roulette wird mit 37 Zahlen gespielt.

A
Erfinde Wetten, bei denen die Gewinnchancen folgenden Brüchen entsprechen

$W_1\ \frac{1}{37}$ $W_2\ \frac{2}{37}$ $W_3\ \frac{3}{37}$ $W_4\ \frac{4}{37}$ $W_5\ \frac{6}{37}$ $W_6\ \frac{9}{37}$ $W_7\ \frac{12}{37}$ $W_8\ \frac{18}{37}$

B
Der zusätzlich zum Einsatz ausbezahlte Gewinn ist bei Wette 1 „35-mal der Einsatz" bei Wette 2 „17-mal der Einsatz", ..., bei Wette 8 „1-mal der Einsatz". Bestimme die Auszahlungsregel für die Gewinnchancen bei den Wetten W3 bis W7.

	Meine Wette	Auszahlungsregel
W1	Irgend eine Zahl, z.B. 17	35-mal der Einsatz 36 : 1 - 1
W2	Zwei Zahlen (cheval): z.B. (25, 28)	17-mal der Einsatz 36 : 2 - 1 = 17
W3 3/37	3 Zahlen (transversal): z.B. 13-14-15	11-mal Einsatz 36 : 3 - 1 = 11
W4 4/37	4 Zahlen (carré) z.B. 51-52-54-55	8-mal Einsatz 36 : 4 - 1 = 8
W5 6/37	6 Zahlen (z.B. 25-26-27-28-29-30)	5-mal Einsatz 36 : 6 - 1 = 5
W6 9/37	9 Zahlen z.B. 1 bis 9	3-mal Einsatz 36 : 9 - 1 = 3
W7 12/37	12 Zahlen z.B. 1 Spalte oder 13-24	2-mal Einsatz 36 : 12 - 1 = 2
W8 18/37	18 Zahlen, z.B. „rot", „gerade" oder die Zahlen von 1-18.	1-mal der Einsatz 36 : 18 - 1 = 1

Schulbuch 5

Jemand setzt in einer Spielrunde vier Spielmarken (Jetons), je einen Jeton
- auf die Zahl 17 (35-facher Gewinn);
- auf das Zahlenpaar 23 und 24 (17-facher Gewinn);
- auf die Zahlen 2,5,8, ..., 35 (zweifacher Gewinn);
- auf „gerade" (einfacher Gewinn).

A Die Kugel bleibt bei 24 stehen. Berechne Gewinn oder Verlust.
B Die Kugel bleibt bei 8 stehen. Berechne Gewinn oder Verlust.
C Bei welchen Zahlen gehen alle vier Jetons verloren?

		17 O 35 ×	23+24 O 17 ×	Gerade O 1 ×	2,5,8, . 35 O 2 ×	Gewinn
A	24	–	17	1	–	18 - 2 = 16 Gewinn Verlust
B	8	–	–	1	2	3 - 2 = 1

C Alle Jetons gehen verloren bei ungeraden Zahlen in der ersten und dritten Spalte!

Schulbuch 6

Jemand setzt sechs Jetons auf sechs verschiedene Wetten.

- Nach der Spielrunde hat er unverändert 6 Jetons.
- Nach der Spielrunde hat er 20 Jetons.
- Nach der Spielrunde hat er 2 Jetons.

Wie könnten die Wetten jeweils gelautet haben?

individuelle Lösungen, z.B.

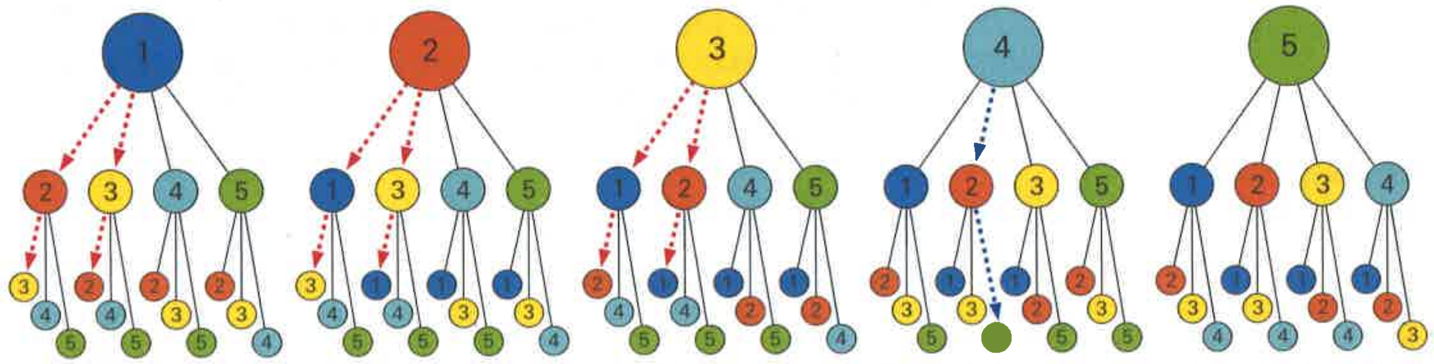
1. 5 Jetons auf "falsche" Zahlen und 1 Jeton auf ein 6-er Feld, in dem die Gewinnzahl steht.

2.

3. 5 Jetons auf "falsche" Zahlen und 1 Jeton auf die richtige Farbe!

Schulbuch 8
„3 aus 5"

Das Baumdiagramm zeigt alle Möglichkeiten auf, wie man drei aus fünf Zahlen ziehen kann:



A Was bedeuten die rot markierten Wege?
B Welche fünf weiteren Ziehungen würden dem blau markierten Weg entsprechen?
C Finde alle Möglichkeiten, wie man die Zahlen 1,3 und 5 ziehen kann.

D Der Zahlenterm $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1}$ entspricht der Anzahl Möglichkeiten, drei aus fünf Zahlen zu ziehen. Erläutere mithilfe des Baumdiagramms die Bedeutung des Zählers (5•4•3) und des Nenners (3•2•1) in diesem Term.

E Jemand tippt die Zahlen 2, 3 und 5. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau diese drei Zahlen in der Reihenfolge 2,3,5 gezogen werden?
F Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für die Zahlen 2,3,5, wenn die Reihenfolge keine Rolle spielt?

A) Es sind die 6 Möglichkeiten die Zahlen 1,2,3 zu ziehen.

B) 4-2-5 : 2-4-5, 2-5-4, 4-5-2, 5-4-2, 5-2-4

C) 1-3-5, 1-5-3, 3-1-5, 3-5-1, 5-1-3, 5-3-1

D) $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

5 → Anzahl Möglichkeiten für die 1. Zahl
4 → Anzahl " " " 2. Zahl
3 → " " " " 3. Zahl

1 " " dritte "
2 " " zweite "
3 Möglichkeiten für die erste Zahl anzuordnen

E) $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ $\frac{1}{60}$ ist die Wahrscheinlichkeit

F) $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{1}{10}$ ist die Wahrscheinlichkeit oder

von 60 Wegen sind 6 günstig → $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$

Schulbuch 9

Zeige im Baumdiagramm ...
A eine mögliche Bedeutung der zehn gelben Felder.
B eine mögliche Bedeutung der zehn grünen Felder
C Was könnten die roten Felder bedeuten?

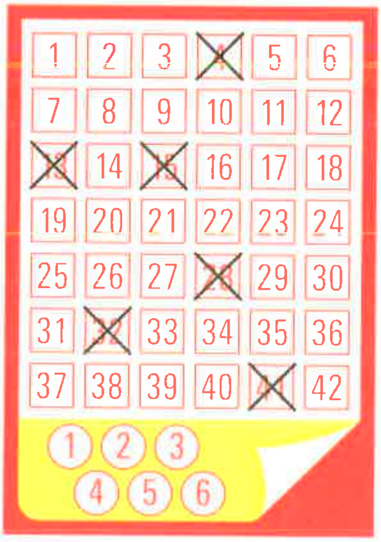
	1	2	3	4	5
1		(2/1)	(3/1)	(4/1)	(5/1)
2	(1/2)		(3/2)	(4/2)	(5/2)
3	(1/3)	(2/3)		(4/3)	(5/3)
4	(1/4)	(2/4)	(3/4)		(5/4)
5	(1/5)	(2/5)	(3/5)	(4/5)	

(A) Allen gelben Felder gemeinsam ist, dass zuerst eine kleinere Zahl und dann eine grössere Zahl gezogen wird.

(B) Bei allen grünen Feldern ist die 2. Zahl stets kleiner als die 1. Zahl

(C) In den roten Feldern wäre theoretisch (1/1), (2/2) usw. was aber beim Ziehen ohne zurücklegen nicht möglich ist!

Schulbuch 11
Swisslotto „6 aus 42“



Jeder Swisslotto-Tipp besteht aus zwei Feldern, in denen Zahlen angekreuzt werden müssen: 6 aus 42 Zahlen sowie 1 aus 6 Glückszahlen.

Diese Tippregel gilt seit Januar 2013.

Gewinne werden für 3, 4, 5 und 6 richtig getippte Zahlen ausbezahlt.

Wird die Glückszahl auch richtig getippt, erhöht sich der Gewinn.

Ein Tipp kostet CHF 2.50.

Die Anzahl möglicher Tipps bei „6 aus 42“ ist

A ~~Was bedeuten~~ Zähler und Nenner des Terms?

$$\frac{42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

B ~~Berechne den~~ Term und vergleiche mit „3aus 5“?
C Wie gross sind die Gewinnchancen für einen Volltreffer (6 Zahlen aus 42 sowie die Glückszahl richtig tippen)?

(A) $42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37$

Für die 1. Zahl hat man 42 Möglichk.
" 2. 41
" 3. " 40
" 4. " 39
" 5. " 38.
" 6. " 37.

$\underbrace{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{= 6!}$ (6 Fakultät) sh. TR

Das ist die Anzahl der möglichen Anordnungen von 6 Zahlen! Die Reihenfolge ist beim Lotto ja egal!

(B) $\frac{42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5'245'786$ Möglichkeiten

$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$ Möglichkeiten

Viel, viel mehr!

(C) $\frac{1}{5'245'786} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{31'474'716}$

Glückszahl treffen

Schulbuch 12

A Wie viele Lottoscheine mit je 14 Tipps „6 aus 42“ müsste man ausfüllen, wenn man alle möglichen Tipps (ohne Glückszahl) ankreuzen möchte?
B Wie lange würde das etwa dauern? Wie viel müsste man für alle diese Tipps bezahlen?
C Wie viele Sechser würde man erzielen?
D Wie viele Fünfer würde man erzielen?

A 5'245'786 : 14 = 374'699
man müsste also 374'699 Lottoscheine ausfüllen!

B Wenn man 1 Lottoschein (14·6 Kreuze = 84 Kreuze) in 2 Minuten ausfüllen würde, wäre man 374'699·2min = 520.4 Tage beschäftigt!!
1 ganzer Lottoschein kostet Fr. 14·2.50 Fr. = 35 Fr.
Das würde 374'699 · 35 Fr. = 13'114'465 Fr. kosten.

C Man würde einen 6er ziehen!

D Einen 5 würde heissen, dass man eine Zahl falsch hat. Da es 36 Nieten hat, könnte man jede von den sechs richtigen durch eine der 36 falschen ersetzen: 6·36 = 216 Möglichkeiten

Schulbuch 13

Arbeite mit der Online-Lotto-Simulation gemäss mathbuch.

Simuliere 20 Ziehungen. Beobachte, wie häufig die einzelnen Zahlen gezogen werden. Achte dabei insbesondere auf die Schwankungen.

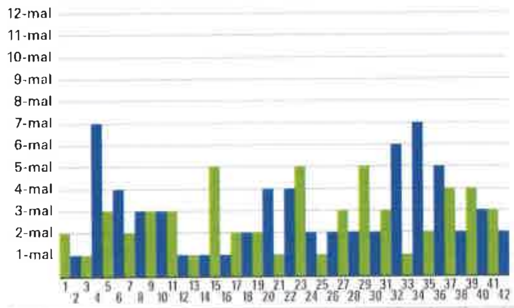
A
Welche Zahl wird in deiner Simulation am häufigsten gezogen und welche Zahl am seltensten? Wie oft wird die häufigste Zahl gezogen? Wie oft etwa die seltenste Zahl?

B
Vergleiche deine Ergebnisse von A in der Klasse: Was kannst du daraus schliessen?

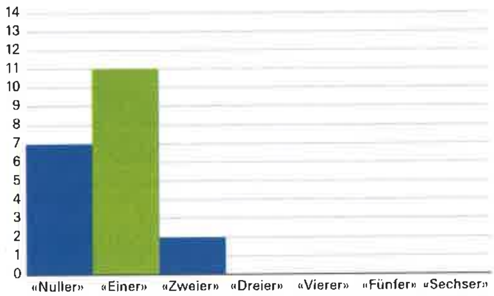
C
Durchsuche die Tabelle der 20 Ziehungen nach solchen, in denen „Nachbarzahlen“ (z.B. 17 und 18) vorkommen. Wie gross ist der Anteil an Ziehungen mit Nachbarzahlen in deiner Serie?

D
Wie gross ist der Anteil an Ziehungen, in denen Nachbarzahlen vorkommen, wenn die Ergebnisse der ganzen Klasse zusammengetragen werden?

Wie häufig werden die einzelnen Zahlen gezogen?



Wie häufig sind die Trefferzahlen?



A Individuell

B

C

D Nachbarzahlen sind überraschend häufig: Auf die Länge kommen sie in mehr als 50% aller Ziehungen vor!

Schulbuch 14
Gib einen Tipp „6 aus 42" ab. Schreibe deinen Tipp in die gelben Felder der Online-Datei.

A
Simuliere 5-mal 20 Ziehungen und notiere, wie oft due bei diesen 10 Ziehungen einen „Nuller", „Einer", „Zweier", „Dreier", „Vierer", „Fünfer" oder „Sechser" hast.

B
Ein Tipp, der 100 Ziehungen lang gültig ist, kostet Fr. 250. Für einen „Dreier" werden 15 Franken ausbezahlt, für einen „Vierer" Fr. 75. Welche „Gewinnsumme" hättest du mit deinen Tipp in 100 Ziehungen gewonnen?

C
Trage die Ergebnisse der ganzen Klasse zusammen und trage sie rechts am entsprechenden Ort ein.

D
Spielt es eine Rolle für die erzielte Trefferzahl, ob man den Tipp vor jeder Serie wechselt oder für alle 100 Ziehungen gleich lässt? Simuliere es und notiere deine Erkenntnis.

Lotto-Simulation: zwanzig Ziehungen «6 aus 42»

Mein Tipp

	Trefferzahlen	«Nuller»	«Einer»	«Zweier»	«Dreier»	«Vierer»	«Fünfer»	«Sechser»
A	Häufigkeit Ich	mal	mal	mal	mal	mal	mal	mal
B	Häufigkeit Kl.	mal	mal	mal	mal	mal	mal	mal

A

A Individuell

B Individuell

C siehe oben. Kommentar:

→ Anz. Schüler · 100 = Total der Ziehungen ≙ 100%!

D Das hat keinen Einfluss.

AH-Aufgabe 1
Zahlenlotto „3 aus 8“.

Du brauchst für diese Aufgabe ein entsprechende Excel-Simulations-Datei.

In einem undurchsichtigen Sack liegen die Zahlen 1,2,3,4,5,6,7,8
- Tippe auf drei dieser Zahlen
- Simuliere die Ziehung von drei Zahlen mit der Exceltabelle oder ziehe real drei von acht Zahlen.
- Spiele zehn Runden.

A
Wie oft hast du keine, eine, zwei oder alle drei Zahlen richtig getippt?

B Wie oft wurden in der ganzen Klasse keine, eine, zwei oder alle drei Zahlen richtig getippt?

C Ein Tipp soll einen Franken kosten. Mache einen Vorschlag, wie viel für richtige Tipps gewonnen werden kann.

D Vergleicht in der Gruppe eure Vorschlage und begründet sie. Findet ein „gerechtes“ Modell.

AH-Aufgabe 2

A Wie viele verschiedene Tipps sind bei „3 aus 8“ insgesamt möglich?
B Jemand gibt einen Tipp mi drei bestimmten Zahlen ab. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass gerade diese drei Zahlen gezogen werden?
C Stell dir vor, du hast 2, 3, 4, ... verschiedene Dreiertipps notiert. Wie gross ist jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass einer dieser Tipps der richtige ist?

Lotto-Simulation: zehn Ziehungen «3 aus 8»

Mein Tipp	1	2	3

Meine Häufigkeiten

Klassen-Häufigkeiten

(A)

(B)

(C) Mögliche Lösung:
Auf 56 Tipps haben wir
– 1 – Dreier → 15 Fr.
– 15 – Zweier 2 Fr.
– 30 – Einer → 0 Fr.
– 10 – Nuller → 0 Fr.
45 Fr. bei 56 Fr. Einnahmen

Wahrscheinlichkeiten (gemäss Theorieblatt!)
3 Richtige = 1/56
2 " = 15/56
1 " = 30/56
0 " = 10/56

(D) Diskussion

(A) $\frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{3 \cdot 2} \cdot 1} = 56$ Möglichkeiten gibt es!

(B) Die Wahrscheinlichkeit ist 1/56!

(C) Anzahl Tipps: 2 ↓ 3 ↓ 4 ↓ 5 ↓
Gewinn-Chance 2/56 3/56 4/56 5/56

AH-Aufgabe 5
Zahlenlotto „6 aus 42“

Bei „6 aus 42“ sind über 5'000'000 verschiedene Tipps möglich. Die genau Anzahl wird wie folgt berechnet:

$$\frac{42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$= 5'245'786$

A Bestimme den Wert des Bruches.

B Bestimme die Anzahl möglicher Tipps bei den Spielarten in der Tabelle.

Anzahl möglicher Tipps

	10	20	30	40	45	50
3	* 120	1140	4060	9880	14190	19600
4	210	4845	27405	91390	148995	230300
5	252	15504	** 142506	658008	1221759	2118760
6	210	38760	593775	3838380	8145060	15890700
7	120	77520	2035800	18643560	45379620	99884400

* 3 aus 10 → $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{7 \cdot 6 \cdot 5}$

** 5 aus 30 = $\frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

AH-Aufgabe 6
Länderspezifisches Lotto

Rechne die möglichen Tipp-Kombinationen bei folgenden Ländern nach:

Litauen:

$\frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 593'775$

Griechenland:

$\frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 13'983'816$

„Powerbaoll“ USA:

$\frac{59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56 \cdot 55}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 35$

$= 175'223'510$

System	Anzahl Möglichkeiten	wo in Verwendung
5 aus 35	324 632	Bulgarien
6 aus 30	593 775	Litauen
6 aus 42	5 245 786	Bulgarien
7 aus 35	6 724 520	Schweden
6 aus 45	8 145 060	«Lotto» Österreich Belgien, Russland
6 aus 49	13 983 816	Bulgarien, Griechenland, Großbritannien, Spanien, Polen, Québec/Kanada
5 aus 49 plus 1 aus 10	19 068 840	Frankreich
6 aus 42 plus 1 aus 6	31 474 716	«Swiss Lotto» Schweiz
5 aus 90	43 949 268	«Zahlenlotto 1–90» Österreich
6 aus 45 plus 1 aus 6	48 870 360	Niederlande
5 aus 50 plus 2 aus 8	59 325 280	«Eurojackpot» ab 23. März 2012
5 aus 50 plus 2 aus 9	76 275 360	«EuroMillionen» bis 6. Mai 2011
5 aus 50 plus 2 aus 11	116 531 800	«EuroMillionen» ab 10. Mai 2011
6 aus 49 plus 1 aus 10	139 838 160	«Lotto 6 aus 49» Deutschland
5 aus 59 plus 1 aus 35	175 223 510	«Powerball» USA
5 aus 56 plus 1 aus 46	175 711 536	«Mega Millions» USA
6 aus 90	622 614 630	«SuperEnalotto» Italien

Quelle http://de.wikipedia.org/wiki/Lotto

AH-Aufgabe 7
Spielverhalten

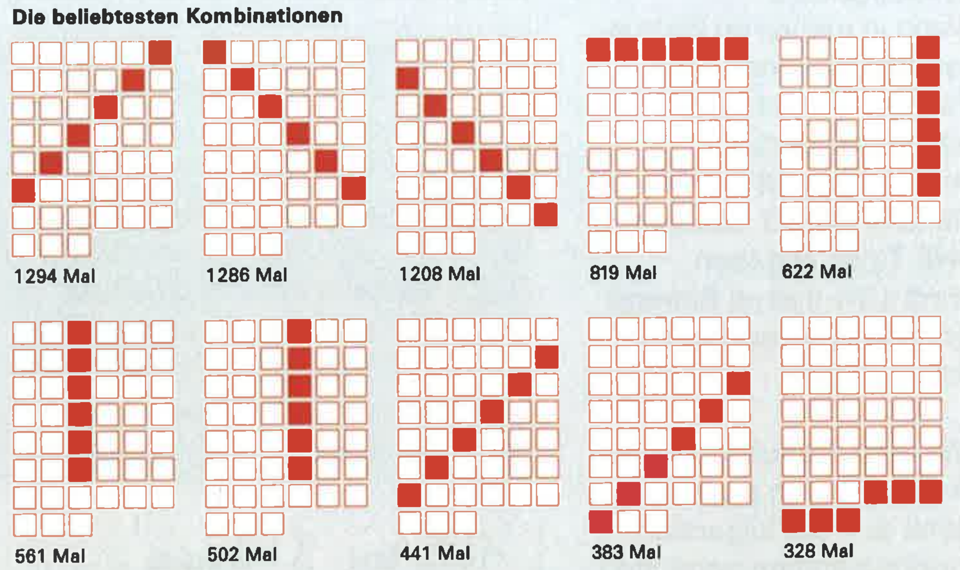
Wie berechnet man die Anzahl Möglichkeiten des EuroMillionen-Spiels, welches ab Mai 2011 gespielt wird?

$\frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{11 \cdot 10}{2 \cdot 1}$

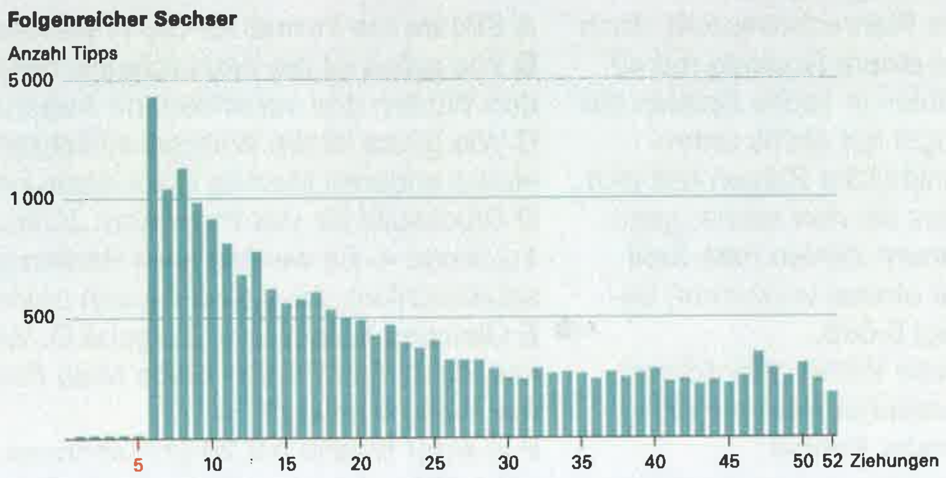
$= 116'531'800$

2011 sind in der Schweiz 2.8 Milliarden Franken in Wetten und Glücksspiele geflossen (68 Millionen Franken mehr als im Vorjahr), dies entspricht einem durchschnittlichen Spieleinsatz von 351 Franken (+5 Franken) je Schweizerin und Schweizer. Der Rekordumsatz aus dem Jahr 2008 (2.85 Milliarden Franken) wurde damit jedoch nicht erreicht.Erstmals machte Swiss Lotto 2011 nicht mehr am meisten Umsatz in der Schweiz. Neuer Spitzenreiter ist EuroMillions mit 524 Millionen Franken. Das sind 103 Millionen oder 24.5 Prozent mehr als 2010. Bei Swiss Lotto flossen 456 Millionen Franken in die Kassen, 62 Millionen weniger als im Jahr davor.
Im August 2012 wurde einer der bisher höchsten europäischen Jackpots bei EuroMillions von einem Briten geknackt. Er gewann 190 Millionen Euro oder knapp 230 Millionen Franken. Der Jackpot wurde davor während 14 Ziehungen nicht geknackt, sodass sich der Betrag laufend vergrössern konnte. Um den Jackpot zu knacken, müssen 5 von 50 Zahlen sowie 2 von 11 Sternen richtig getippt werden.

AH-Aufgabe 8
Bis 2012 waren im Schweizer Zahlenlotto mit 6 aus 45 Zahlen über 8 Millionen verschiedene Tipps möglich. Die nebenstehenden Grafiken stützen sich auf Ziehungen mit durchschnittlich etwa 2 Millionen Tipps.



Die zehn am häufigsten getippten Kombinationen bei der Ziehung vom 3.12.2005. Beliebt sind Muster – wer mit einer solchen Kombination gewinnt, muss mit vielen teilen. Auch der Sechser der letzten Ziehung wird oft angekreuzt.



Gewinnzahlen und ihre Auswirkungen auf das Tippverhalten: 1998 wurden in der fünften Ziehung die Zahlen 7, 8, 17, 19, 27, 29 gezogen. Nach der Ziehung kreuzten die Spieler diese Kombination das ganze Jahr überdurchschnittlich oft an.

Quelle: NZZ Folio, Statistik, Januar 2006:
Grafiken und Text aus Artikel «Tippfehler» von Gudrun Sachse

Kommentiere die Grafiken in eigenen Worten. Führe dabei auch eigene Berechnungen durch.

Individuell!

AH-Aufgabe 9

Wenn in mehreren Ziehungen hintereinander kein Sechser getippt wird, wächst der Jackpot.
Im Durchschnitt werden pro Ziehung etwa 3 Millionen CHF Tipps abgeben.
Rund 15% dieses Betrags fliesst in den Jackpot für 6 richtige Tipps.

Wie viele Ziehungen ohne Sechser waren etwa nötig, damit sich die folgenden Gewinnsummen anhäuften konnten?

Riesige Gewinnsumme für einen Sechser

Rang	erzielt am		Gewinnsumme [CHF]		Ziehungen ohne 6er
1	Mi	10.03.2010	35 788 873.30	: 450'000 →	~ 79
2	Mi	08.12.2010	19 686 023.60	"	~ 43
3	Sa	12.09.2009	19 153 521.80	"	~ 42,5
4	Sa	11.08.2012	19 013 902.55	"	~ 42
5	Sa	18.08.1990	18 191 215.30	"	~ 40
6	Sa	26.02.2011	16 697 184.05	"	~ 37
7	Sa	23.04.2011	15 246 739.30	"	~ 34
8	Sa	13.06.2009	15 037 051.20	"	~ 33
9	Mi	11.11.2009	13 882 860.45	"	~ 31
10	Mi	12.09.2007	13 380 555.20	"	~ 30

15% von 3 Millionen sind 450'000 Franken

AH-Aufgabe 10

Die Wahrscheinlickeit, dass bei einem Roulette mit 42 Zahlen in sechs Spielen die Kugel auf sechs unterschiedliche Zahlen fällt (d.h. dass bei den sechs „gezogenen" Zahlen jede Zahl nur einmal vorkommt) beträgt 0.688.
Diese Wahrscheinlichkeit berechnet sich nach folgender Formel:

$$p = \frac{42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{42^6} \approx 0{,}688$$

Beim Zahlenlotto hingegen können Zahlen nicht doppelt gezogen werden, weil sie nicht „zurückgelegt" werden.

A Erkläre die Formel für die Wahrscheinlichkeit beim Roulette.
B Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mit einem Spielwürfel in drei Würfen drei verschiedene Augenzahlen gewürfel werden?
C Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass von fünf Menschen alle in einem anderen Montag Geburtstag haben?
D Glückspiel für vier Personen: Jedes Spiel endet mit dne Rängen 1,2,3 und 4. Es werden zwei Partien gespielt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person beide Mal Rang 1 belegt?
→ **E** Gleiches Spiel wie in Aufgabe D. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person beide Male Rang 1, eine andere Person zweimal Rang 4 belegt? !
F In einer Klasse mit 20 SchülerInnen ist die Wahrscheinlichkeit beinahe 50%, dass zwei Lernende am gleichen Kalendertag Geburstag haben. Wie kann man diese Aussage überprüfen?

A) $\frac{42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{42^6}$
$42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37$ → Anzahl Möglichkeiten, 6 verschiedene Zahlen aus 42 zu ziehen
42^6 → Anzahl Möglichkeiten, 6 Zahlen mit Zurücklegen zu ziehen!

B) $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3} = \frac{5}{9} = 0.\overline{5}$

C) 12 Monate hat das Jahr: $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12} = \frac{55}{144} \approx 0.38$

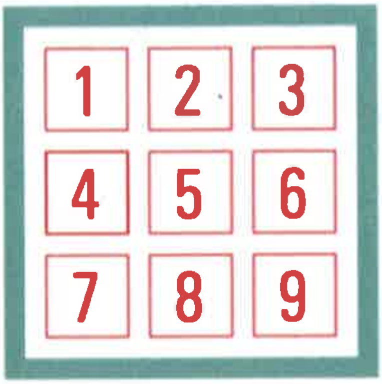
D) 1. Spiel, 2. Spiel: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

E)

F) Man rechnet die Gegenwahrscheinlichkeit aus: Dass niemand am gleichen Tag Geburtstag hat!
$\frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \ldots \cdot 346}{365^{20}}$
Und das dann von 1 abziehen! => 1 − ... = 0.41

Teste dich selbst

Aufgabe 1
Du sollst auf diesem «Lottoschein» Zahlen ankreuzen.



Wie viele Möglichkeiten hast du, wenn du ...
A zwei Zahlen ankreuzen darfst?
B zwei gerade Zahlen ankreuzen darfst?
C eine gerade und eine ungerade Zahl ankreuzen darfst?
D drei Zahlen ankreuzen darfst?

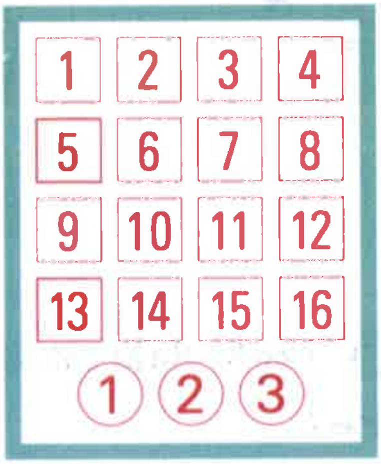
(A) 2 aus 9 $= \frac{9\cdot 8}{2\cdot 1} = 36$ Möglichkeiten

(B) 2 aus 4 $= \frac{4\cdot 3}{2\cdot 1} = 6$ Möglichkeiten

(C) $\underbrace{4}_{\text{gerade}} \cdot \underbrace{5}_{\text{ungerade}} = 20$ Möglichkeiten

(D) 3 aus 9 $= \frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2\cdot 1} = 84$ Möglichkeiten

Aufgabe 2
Minilotto: 4 aus 16 mit Glückszahl
Auf diesem «Lottoschein» muss man im oberen Teil vier Zahlen ankreuzen. Im unteren Teil muss man eine der runden Glückszahlen ankreuzen.
Folgende Tipps gewinnen:**Vierer:** Im oberen Feld sind vier richtige Zahlen angekreuzt. **Dreier:** Im oberen Feld sind drei richtige Zahlen angekreuzt. **Volltreffer:** Im oberen Feld sind alle vier Zahlen und im unteren die Glückszahl richtig angekreuzt.



A Wie viele Möglichkeiten gibt es, im oberen Feld vier Zahlen anzukreuzen?
B Bei wie vielen von diesen Möglichkeiten sind alle vier Zahlen richtig?
C Bei wie vielen von diesen Möglichkeiten sind genau drei Zahlen richtig?

(A) 4 aus 16 $= \frac{16\cdot 15\cdot 14\cdot 13}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 1820$ Möglichkeiten

(B) Bei einer einzigen sind alle vier Zahlen richtig!

(C) 3 von 4 Richtigen · 1 aus 12 Falschen

$= \frac{4\cdot 3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1} \cdot \frac{12}{1} = 4\cdot 12 = 48$ Möglichkeiten

Aufgabe 3

A Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass man beim Minilotto «4 aus 16 mit Glückszahl» im oberen Feld alle vier Zahlen richtig und die Glückszahl falsch ankreuzt?
B Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für einen Volltre er?

(A) Wahrscheinlichkeit alle 4 im oberen Bereich richtig

$\frac{1}{1820}$ (1 von 1820 Möglichkeiten) 4 aus 16 $\quad \frac{\cancel{16}\cdot\cancel{15}\cdot 14\cdot 13}{\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot 2\cdot 1} = 1820$

Wahrscheinlichkeit, die falsche Glückszahl zu tippen

$\frac{2}{3}$ (2 Falsche von 3 Möglichkeiten)

$\Rightarrow \frac{1}{1820}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{5460} = \frac{1}{2730}$

(B) $\frac{1}{1820}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{5460}$

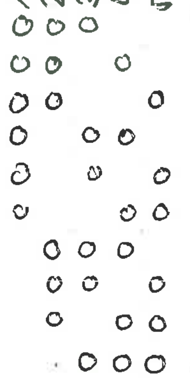
Aufgabe 4

Auf diese fünf Felder sind drei Chips zu legen.

Bestimme die Anzahl Möglichkeiten für die folgenden Anordnungen.

A Jeder Chip liegt auf einem andern Feld.
B Jeder Chip liegt auf einem andern Feld und keines dieser Felder berührt das andere.
C Höchstens zwei Chips liegen im gleichen Feld, der dritte liegt in einem anderen Feld.
D Die Chips darf man legen wie man will, es dürfen auch zwei oder drei im gleichen Feld liegen.

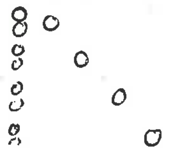
(A) 1. Feld 2. 3. 4. 5.



10 Möglichkeiten

(B) 1 einzige Möglichkeit!

(C)

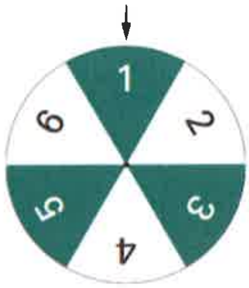


5 Möglichkeiten · 4 weitere Anordnungen = 20 Möglichkeiten *

(D) 1. Chip 5 Möglichkeiten, ihn zu platzieren
2. " " "
3. " " "
5·5·5 = 125 Möglichkeiten

* theoretisch müsste man (A) auch dazu zählen
→ 20 + 10 = 30 Möglichkeiten!

Aufgabe 5
Glücksrad



Regeln:
Das Glücksrad wird zweimal hintereinander gedreht. Ein Einsatz kostet CHF 5.00
Gewinne werden wie folgt ausbezahlt:

- Doppelsechs: Das Rad hält beide Male bei der 6.Der Spieler erhält CHF 30.00.
- Doppelzahl: Das Rad hält zweimal bei einer gleichen Zahl,aber nicht bei der 6.Der Spieler erhält CHF 20.00.
- Trostsechs: Eine der beiden Zahlen ist eine 6, die andere nicht. Der Spieler erhält den Einsatz zurück.

Bei allen andern Ereignissen behält die Bank den Einsatz.
Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse?
A Der Spieler gewinnt mit Doppelsechs.
B Der Spieler gewinnt mit Doppelzahl.
C Der Spieler verliert den Einsatz.

D Das Spiel wird an einem Tag 900-mal gespielt. Wie viel hat die Bank an diesem Tag theoretisch gewonnen?

(A) Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

(B) Wahrscheinlichkeit $p = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

keine 6 (1–5)   gleiche Zahl wie vorher

oder es gibt 6 - Doppelzahlen 6-6, 5-5, 4-4, 3-3, 2-2, 1-1 — 5 sind günstig!

(C) Von den 36 Möglichkeiten:
- keine Doppelzahlen: 6
- keine Zahl mit 6: 10 (ohne Doppelzahl)

16

$\frac{36-16}{36} = \frac{20}{36}$

	1	2	3	4	5	6
1	X	O	O	O	O	X
2	O	X	O	O	O	X
3	O	O	X	O	O	X
4	O	O	O	X	O	X
5	O	O	O	O	X	X
6	X	X	X	X	X	X

(D) Total Einsätze
$= 900 \cdot 5 \text{ Fr.} = 4500 \text{ Fr.}$

Doppel-6er: $\frac{1}{36}$
$900 \cdot \frac{1}{36} \cdot 30 \text{ Fr.} = 750 \text{ Fr.}$

Doppelzahl: $\frac{5}{36}$
$900 \cdot \frac{5}{36} \cdot 20 \text{ Fr.} = 2500 \text{ Fr.}$

Trostsechser: $\frac{10}{36}$
$900 \cdot \frac{10}{36} \cdot 5 \text{ Fr.} = 1250 \text{ Fr.}$

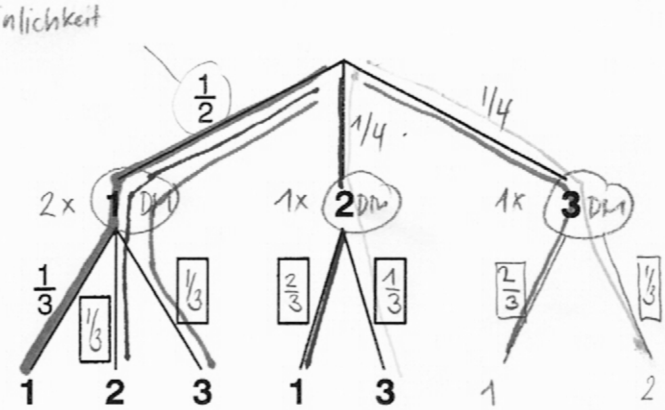
Das Ergibt:
4500 Fr.
− 750 Fr.
− 2500 Fr.
− 1250 Fr.
0 Fr.

Bei diesem Spiel gewinnt die Bank theoretisch nichts!

1. In einer Schachtel sind vier einzelne Briefmarken: zwei zu 1 DM, eine zu 2 DM, eine zu 3 DM. Im Dunkeln werden zwei Marken zufällig gegriffen. Bestimme die möglichen Summen beider Werte und ihre Wahrscheinlichkeiten. Verwende das Diagramm.

1. Marke

2. Marke



	~17%	~33%	~33%	~17%
Summe (in DM)	2	3	4	5
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}$
		$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}$	$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{1}$

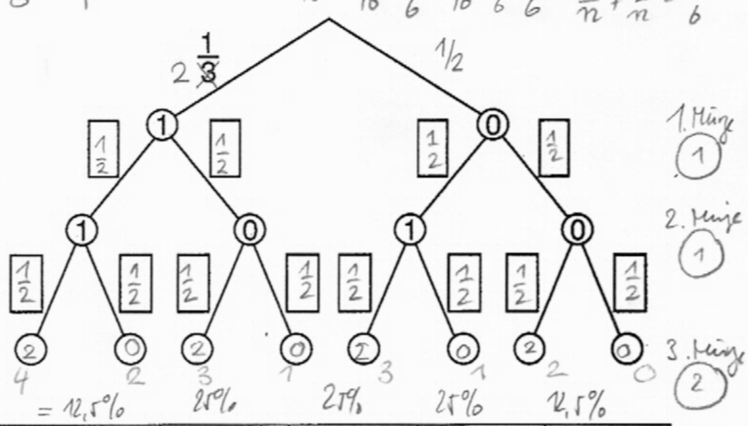
2. Drei Münzen, zwei zu 1 DM und eine zu 2 DM, werden geworfen. „Wappen" hat den Wert 0, „Zahl" den jeweiligen Münzwert. Bestimme die möglichen Summen der geworfenen Werte und ihre Wahrscheinlichkeiten. Vervollständige dazu das Baumdiagramm.

1
1
2

1. Münze

2. Münze

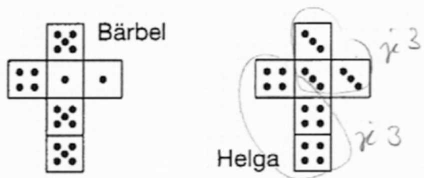
3. Münze



Summe 4 2 3 1 3 1 2 0

	= 12,5%	25%	25%	25%	12,5%
Summe	0	1	2	3	4
Wahrsch.	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}^3+\frac{1}{2}^3=\frac{2}{8}$	$\frac{1}{2}^3+\frac{1}{2}^3=\frac{2}{8}$	$\frac{1}{2}^3+\frac{1}{2}^3=\frac{2}{8}$	$\frac{1}{2}^3=\frac{1}{8}$

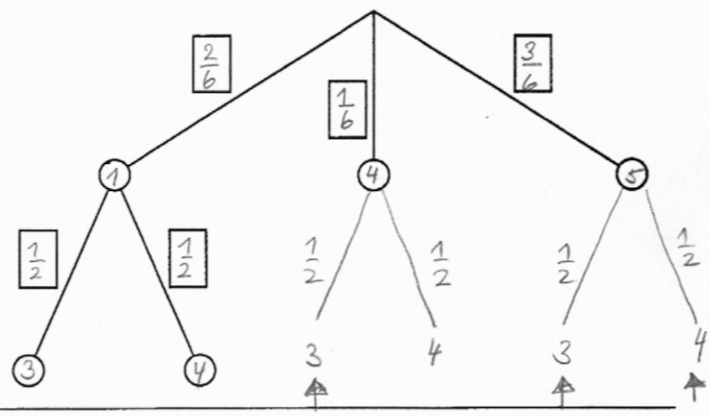
3.



Bärbel und Helga haben eigene Würfel gebastelt. Die Augensumme auf allen Feldern zusammen durfte höchstens 21 betragen. Jede wirft mit ihrem Würfel. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Bärbel die höhere Augenzahl?

Bärbel

Helga



p (Bärbel höher) = $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{12}+\frac{3}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7}{12}\approx 58\%$

↑ = Bärbel würfelt höher!

1. Aus den 32 Karten eines Skatspiels werden ohne Zurücklegen 4 Karten gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es
a) 4 rote Karten;
b) 4 Herz-Karten?
je 8 Karten pro Farbe

• $\frac{16}{32}$ rot $\frac{15}{31}$ rot $\boxed{\frac{14}{30}}$ rot $\boxed{\frac{13}{29}}$ rot

p (4 rot) = $\frac{16}{32} \cdot \frac{15}{31} \cdot \frac{14}{30} \cdot \frac{13}{29} = 0{,}050 \approx 5\%$

• $\boxed{\frac{8}{32}}$ ♡ $\boxed{\frac{7}{31}}$ ♡ $\boxed{\frac{6}{30}}$ ♡ $\boxed{\frac{5}{29}}$ ♡

p (4 Herz) = $0{,}0019 \approx 0{,}2\%$

2. Herr Hill sucht unter 5 Schlüsseln den passenden. Er probiert und legt falsche beiseite.
Was ist wahrscheinlicher: Bereits der erste Schlüssel paßt, oder: erst der letzte paßt?

• $\frac{1}{5}$ ⊕ „paßt" p (1. paßt) = $\frac{1}{5} = 20\%$

• $\boxed{\frac{4}{5}}$ ⊖ $\boxed{\frac{3}{4}}$ ⊖ $\boxed{\frac{2}{3}}$ ⊖ $\boxed{\frac{1}{2}}$ ⊖ $\cdot \frac{1}{1}$ ⊕

p (letzter paßt) = $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5} = 20\%$

Vergleich: Beides ist gleich wahrscheinlich

3. Dreimal wird gewürfelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden drei verschiedene Zahlen gewürfelt?

• $\frac{6}{6}$ Zahl (egal) $\boxed{\frac{5}{6}}$ neue Zahl $\boxed{\frac{4}{6}}$ neue Zahl

p (3 verschiedene) = $\frac{6}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{36} = 0{,}55 \approx 56\%$

4. In Schoko-Eiern ist je 1 Figur von 5 möglichen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind in 4 Eiern 4 verschiedene Figuren?

• $\frac{5}{5}$ Fig. (egal) $\boxed{\frac{4}{5}}$ neue Fig. $\boxed{\frac{3}{5}}$ neue Fig. $\boxed{\frac{2}{5}}$ neue Fig.

p (4 verschiedene) = $\frac{5}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{24}{125} = 0{,}192 \approx 19\%$

5. Jans Geheimnummer ist vierstellig.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit rätst du sie?
b) Wie ist dies, wenn du weißt, daß alle Ziffern verschieden sind?

richtige Ziffer: + falsche Ziffer: – 0 ... 9 = 10 Ziffern

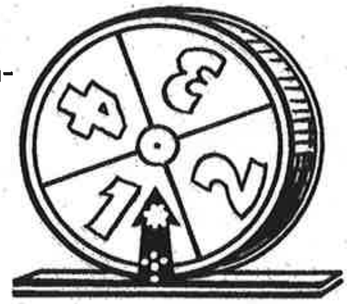
a) • $\boxed{\frac{1}{10}}$ ⊕ $\boxed{\frac{1}{10}}$ ⊕ $\boxed{\frac{1}{10}}$ ⊕ $\boxed{\frac{1}{10}}$ ⊕

p (4 richtig) = $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001 = 0{,}01\%$

b) • $\boxed{\frac{1}{10}}$ ⊕ $\frac{1}{9}$ ⊕ $\boxed{\frac{1}{8}}$ ⊕ $\boxed{\frac{1}{7}}$ ⊕

p (4 richtig) = $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{5040} \approx 0{,}00019 \approx 0{,}02\%$

Testaufgaben



1. Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für

a) zweimal 3; **b)** zwei gleiche; **c)** zwei verschiedene.

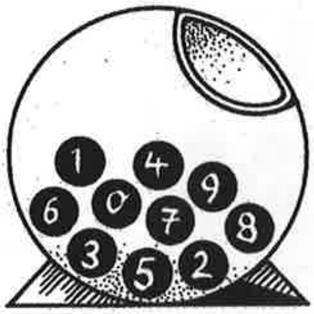
2. Das Rad wird zweimal gedreht und die Zahlen addiert. Bestimme die möglichen Summen und ihre Wahrscheinlichkeiten.

3. Aus den 32 Karten eines Skatspiels wird eine Karte gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es

a) Herz-As; **b)** irgendein As; **c)** eine rote Karte; **d)** eine 7, 8 oder 9?

4. Aus den 32 Karten eines Skatspiels werden ohne Zurücklegen zwei Karten gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es

a) zwei rote Asse; **b)** zwei beliebige Asse; **c)** zwei beliebige rote Karten?



5. Aus der Urne werden ohne Zurücklegen zwei Kugeln gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es

a) erst 2, dann 5; **b)** 2 – 5 oder 5 – 2; **c)** keine 5.

6. Die Zahlen auf den zwei (ohne Zurücklegen) gezogenen Kugeln werden addiert. Welche Summe ist am wahrscheinlichsten?

7. Es wird dreimal gewürfelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es

a) drei verschiedene Zahlen; **b)** nicht drei verschiedene Zahlen?

8. Ein 10er-Glücksrad mit den Zahlen 0 bis 9 wird viermal gedreht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man

a) vier verschiedene Zahlen; **b)** nicht vier verschiedene Zahlen?

9. Im Lotto „3 aus 10“ werden drei Gewinnzahlen und dann noch eine Zusatzzahl ausgelost. Bestimme die Wahrscheinlichkeit der Gewinnklasse

a) 3 Richtige **b)** 2 Richtige.

1	~~2~~	3	4	~~5~~
6	7	~~8~~	9	10

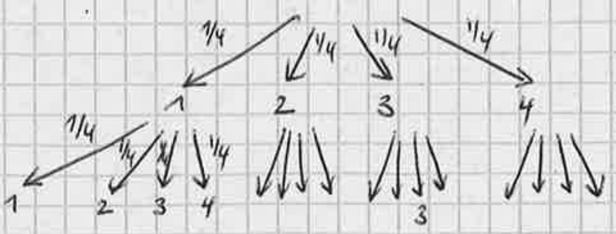
10. Im Lotto „4 aus 12“ werden vier Gewinnzahlen und dann noch eine Zusatzzahl ausgelost. Bestimme die Wahrscheinlichkeit der Gewinnklasse

a) 4 Richtige; **b)** 2 Richtige.

1	~~2~~	3	4
5	6	~~7~~	8
~~9~~	10	~~11~~	12

Lösungen

(1)



a) $p(3,3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{16}}}$

b) $p(2\text{gleiche}) = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

(1,1) (2,2) (3,3) (4,4)

c) $p(2\text{versch}) = 1 - p(2\text{ gleich}) = 1 - \frac{1}{4} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

(2)

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Mögliche Summen		Wahrscheinlichkeit
2	→	1/16
3	→	2/16 = 1/8
4	→	3/16
5	→	4/16 = 1/4
6	→	3/16
7	→	2/16 = 1/8
8	→	1/16

(3) 32 Karten Skatspiel

a) Wahrscheinlichkeit von Herz-As $= \underline{\underline{\frac{1}{32}}}$ (nur 1 Karte passt)

b) " Irgend ein As $= \frac{4}{32} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$ (4 Karten passen)

c) eine " rote Karte $= \frac{16}{32} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$ (16 Karten passen)

d) " 7, 8 oder 9 $= \frac{4+4+4}{32} = \frac{12}{32} = \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$

④ a) Wahrscheinlichkeit ohne zurücklegen:

$$p(2\text{ rote Asse}) = \frac{2}{32}\cdot\frac{1}{31} = \underline{\underline{0{,}0020 \approx 0{,}2\%}}$$

b) Wahrscheinlichkeit

$$p(\text{irgendein Ass}) = \frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31} = \cancel{0{,}0021 \approx 0{,}21\%}\ \underline{\underline{0{,}012 = 1{,}2\%}}$$

c) $$p(2\text{ bel. rote Karten}) = \frac{16}{32}\cdot\frac{15}{31} = \underline{\underline{0{,}2419 \approx 24\%}}$$

⑤ Aus einer Urne ohne zurücklegen 2 Kugeln gezogen:
Zahlen 0–9

a) Wahrscheinlichkeit $p(\text{zuerst } 5\text{, dann } 2) = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{9} = \underline{\underline{\frac{1}{90}}}$

b) $p(2\text{-}5 \text{ oder } 5\text{-}2) = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{9} + \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \underline{\underline{\frac{1}{45}}}$

c) $p(\text{keine } 5) = \frac{9}{10}\cdot\frac{8}{9} = \frac{72}{90} = \frac{8}{10} = \underline{\underline{\frac{4}{5}}}$

⑥

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	[redacted]	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	X	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	X	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	X	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	X	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	X	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	X	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	X	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	X	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	X
0										

Summe	Häufigkeit →	Wahrsch.
1	2 von 90	$\frac{2}{90} = \frac{1}{45}$
2	2	2/90
3	4	4/90
4	~~5~~ 4	4 ~~5~~/90
5	6	6/90
6	6	6/90
7	8	8/90
8	8	8/90
9	10	$\underline{\underline{10/90 = 1/9}}$
10	8	8/90
11	8	8/90
12	6	6/90
13	6	6/90
14	4	4/90
15	4	4/90
16	2	2/90
17	2	2/90

Am wahrscheinlichsten ist die Summe ~~10~~ 9.
mit $10/90 = 1/9$

(7) 3 x Würfeln

a) $p(\text{3 versch. Zahlen}) = \underset{\text{1. Mal}}{\frac{6}{6}} \cdot \underset{\text{2. Mal}}{\frac{5}{6}} \cdot \underset{\text{3. Mal}}{\frac{4}{6}} = \frac{120}{216} = 0{,}5556 \approx \underline{\underline{55{,}6\,\%}}$

b) $p(\text{nicht 3 versch. Zahlen}) = 1 - p(\text{3 versch. Zahlen}) = 1 - \frac{120}{216}$

$= \frac{96}{216} = \underline{\underline{0{,}4444 \approx 44{,}4\,\%}}$

(8) Glücksrad mit Ziffern 0-9, 4 mal drehen:

a) $p(\text{4 versch. Zahlen}) = \frac{10}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{5040}{10'000} = 0{,}504 \approx \underline{\underline{50{,}4\,\%}}$

b) $p(\text{nicht 4 versch.}) = 1 - p(\text{4 versch.}) = 1 - \frac{5040}{10'000} = \frac{4960}{10'000} = \underline{\underline{49{,}6\,\%}}$

Zusammenfassung

"X aus Y"

Zusatzaufgabe

Merkblatt