

LU 3.11 Gleichungen lösen

Ich kann...

- einfache Gleichungen im Kopf lösen (Übung 1 + 2)
- lineare Gleichungen durch geschicktes Umformen lösen (Übung 3)
- Gleichungen mit gebrochenen Termen durch geschicktes Umformen lösen (Übung 4)
- Gleichungen mit Klammertermen lösen (Übung 5)
- allgemeingültige, lösbare und unlösbare Gleichungen erkennen (Übung 7, AH 11)
- Bruchgleichungen durch geschicktes Umformen lösen (Übung 6 + AH 9)
- Gleichungen mit Formvariablen lösen (AH 6 bis 8)
- Zahlenrätsel in Gleichungen übersetzen und lösen (Übung 8, AH 13-16)
- einfache Gleichungen mit Wurzeln und Quadraten lösen (Übung 9)
- Ungleichungen lösen (Übung 10+11, AB 12)

Lösungen

Abgeben vor der Prüfung

- vollständig ausgefülltes und sauber geführtes Dossier
- eingeklebte Arbeitsblätter aus dem Arbeitsbuch inklusive aller dazu gemachten Notizen
- Selbstgestaltetes Merkblatt zur Lernumgebung
- vollständige gelöste Probeproofung
- zusätzlich gelöste (und eingeklebte) Blätter

Lernlinks <http://schule.omr.ch/ru> oder <http://www.mathbuch.info>

Name Vorname Klasse

3. Sekundarklasse

| Kriterien | Beschreibung | Punkte | Bewertung & Bemerkungen |
|--|---|--------------|-------------------------|
| Abgabetermin | Vor der Prüfung abgegeben | 1 | |
| Inhalt | Vollständigkeit: Alle Texte, Aufgaben, Figuren und Grafiken sowie die Probeproofung und Zusatzblätter sind vollständig Alle Blätter sind zu einer Mappe eingeklebt (keine losen Blätter) Lösungswege ersichtlich, Verbesserungen gemacht, Merkblatt erstellt | 3 | |
| Sprache | fehlerfreies Abschreiben, Rechtschreibung korrekte mathematische Darstellung und Schreibweise | 3 | |
| Form | Sauberes und gleichmässiges Schriftbild mit einheitlichem Stift, Keine Flecken, Eselsohren, saubere Korrekturen, Resultate hervorgehoben | 3 | |
| Zusatzaufgaben | | 1 | |
| 11/10 Punkte -> +1 Punkt, 9 Punkte -> +0.5 Punkte 6 Punkte oder weniger: -1 Punkt | | Total | 11 |

Dossierkontrolle vom

Bemerkungen

Unterschrift der Eltern

Einstieg

Variablen sind Platzhalter für Zahlen. Terme sind sinnvolle Kombinationen von Zahlen, Variablen und Operationszeichen. Steht zwischen zwei Termen ein Gleichheitszeichen, so hat man eine Gleichung. Gleichungen lösen heisst für die Variablen Zahlen suchen, welche die Gleichung erfüllen. Gleichungen können durch Probieren, grafisch oder durch geschicktes Umformen gelöst werden.

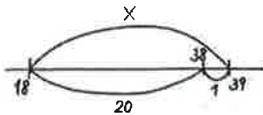
Übung 1
Lösungshilfen

Studiere die folgenden Lösungshilfen.

Notiere deinen persönlichen Lösungsweg!

$18 + x = 39$

Veranschaulichung am Rechenstrich



$18 + 20 + 1 = 39$

in Worte übersetzen

Welche Zahl muss ich zu 18 addieren, damit ich 39 erhalte?

umformen

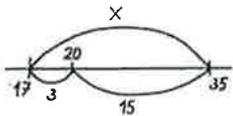
Wenn $18 + x = 39$, dann $x = 39 - 18 = 21$.

mein Lösungsweg

individuell

$35 - x = 17$

Veranschaulichung am Rechenstrich



$35 - 15 - 3 = 17$

in Worte übersetzen

Welche Zahl muss ich von 35 subtrahieren, damit ich 17 erhalte?

umformen

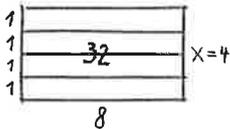
Wenn $35 - x = 17$, dann $35 - 17 = 18 = x$.

mein Lösungsweg

individuell

$8 \cdot x = 32$

Veranschaulichung am Rechteckmodell



$8 \cdot 1 = 8$ $8 \cdot 2 = 16$
 $8 \cdot 3 = 24$ $8 \cdot 4 = 32$

in Worte übersetzen

Welche Zahl muss ich mit 8 multiplizieren, damit ich 32 erhalte?

umformen

Wenn $8 \cdot x = 32$, dann $x = 32 : 8 = 4$.

mein Lösungsweg

individuell

$35 : x = 7$

Veranschaulichung durch Grössen

$35 \text{ m} : x = 7 \text{ m}$
 7 m passt 5-mal in 35 m .

in Worte übersetzen

Welcher Teil von 35 m ergibt 7 m ?

umformen

Wenn $35 : x = 7$, dann $35 : 7 = 5 = x$.

mein Lösungsweg

individuell

Umformung 1

Zu beiden Termen wird dieselbe Zahl oder derselbe Term addiert.

Umformung 2

Von beiden Termen wird dieselbe Zahl oder derselbe Term subtrahiert.

Umformung 3

Beide Terme werden mit derselben Zahl oder mit demselben Term multipliziert.

Diese Zahl oder dieser Term darf nicht 0 sein.

Übung 2

Obligatorisch:
A-H

Fakultativ:

I

Löse die Gleichungen im Kopf. Verwende, wenn nötig, die Lösungshilfen.

A $x + 7 = 15$

B $18 + x = 39$

C $x - 9 = 20$

D $14 - x = 5$

E $2x = 28$

F $x \cdot 7 = 77$

G $\frac{x}{6} = 12$

H $\frac{80}{x} = 5$

I Erfindet eigene einfache Gleichungen und gebt sie einander zu lösen.

| | |
|---|-----------------|
| (A) <u>$x = 8$</u> | (I) Individuell |
| (B) <u>$x = 39 - 18 = 21$</u> | |
| (C) <u>$x = 20 + 9 = 29$</u> | |
| (D) <u>$x = 14 - 5 = 9$</u> | |
| (E) <u>$x = 12 \cdot 5 = 60$</u> | |
| (F) <u>$x = 77 : 7 = 11$</u> | |
| (G) <u>$x = 28 : 2 = 14$</u> | |
| (H) <u>$x = 80 : 5 = 16$</u> | |

Übung 3

Obligatorisch:
A-H

Fakultativ:

I

Löse die Gleichungen möglichst im Kopf. Verwende, wenn nötig, die Lösungshilfen.

A $x + 7 = 2$

B $17 + x = 5$

C $x - 9 = -20$

D $3 - x = 8$

E $5x = -35$

F $-9x = 45$

G $\frac{x}{-11} = 9$

H $\frac{39}{-x} = 3$

I Erfindet eigene Gleichungen mit negativen Zahlen als Lösung und gebt sie einander zu lösen:

| | |
|---|-----------------|
| (A) <u>$x = 2 - 7 = -5$</u> | (I) Individuell |
| (B) <u>$x = 5 - 17 = -12$</u> | |
| (C) <u>$x = -20 + 9 = -11$</u> | |
| (D) <u>$x = 3 - 8 = -5$</u> | |
| (E) <u>$x = -35 : 5 = -7$</u> | |
| (F) <u>$x = 45 : (-9) = -5$</u> | |
| (G) <u>$x = 9 \cdot (-11) = -99$</u> | |
| (H) <u>$x = 39 : (-3) = -13$</u> | |

Übung 4

Obligatorisch:

A-H

Fakultativ:

I

Notiere jeweils deinen Lösungsweg.

A $x + \frac{2}{5} = -2$

B $\frac{1}{3} + x = \frac{5}{6}$

C $x - \frac{3}{4} = \frac{7}{2}$

D $1,8 - x = -0,3$

E $2,5 \cdot x = 1$

F $x \cdot 9 = -3$

G $\frac{x}{5} = 1,5$

H $\frac{3}{-x} = -0,5$

I Erfindet eigene Gleichungen mit gebrochenen Zahlen als Lösung und gebt sie einander zu lösen.

Umformung 1
+ Zahl / Term

Umformung 2
- Zahl / Term

Umformung 3
• Zahl / Term
(aber \neq Null)

| | |
|---|--|
| <p>(A) $x + \frac{2}{5} = -2 \quad -\frac{2}{5}$ <u>$x = -2\frac{2}{5}$</u></p> <p>(B) $\frac{1}{3} + x = \frac{5}{6} \quad -\frac{1}{3}$ $x = \frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ <u>$x = \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$</u></p> <p>(C) $x - \frac{3}{4} = \frac{7}{2} \quad +\frac{3}{4}$ $x = \frac{7}{2} + \frac{3}{4}$ $x = \frac{14}{4} + \frac{3}{4} = \frac{17}{4}$ <u>$x = 4\frac{1}{4}$</u></p> | <p>(F) $x \cdot 9 = -3 \quad :9$ <u>$x = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$</u></p> <p>(G) $\frac{x}{5} = 1,5 \quad \cdot 5$ <u>$x = 7,5$</u></p> <p>(H) $\frac{3}{-x} = -0,5 \quad \cdot (-x)$ $3 = 0,5x \quad :0,5$ <u>$6 = x$</u></p> <p>(I) Individuell</p> |
| <p>(D) $1,8 - x = -0,3 \quad +x$ $1,8 = -0,3 + x \quad +0,3$ <u>$2,1 = x$</u></p> <p>(E) $2,5 \cdot x = 1 \quad :2,5$ $x = \frac{1}{2,5}$ <u>$x = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4$</u></p> | |

Übung 5

Obligatorisch:

A-D

Fakultativ:

E

Löse diese Gleichungen durch geschicktes Umformen. Notiere jeweils deinen Lösungsweg.

A $32x + 5 = 27x - 10$

B $2x + 3(x - 8) = 9 - 5x$

C $2(18x - 8) = 6(5 - 5x) - 13$

D $45(2 - x) - 3(21x - 1) = 6(3x - 1) + 36$

E Gleichungen mit Zahlen, Variablen und den vier Grundoperationen kann man mit beliebigem Schwierigkeitsgrad aufstellen und lösen. Erfindet solche Gleichungen und gebt sie einander zu lösen.

Umformung 4

Beide Terme werden durch dieselbe Zahl oder durch denselben Term dividiert. Diese Zahl oder dieser Term darf nicht 0 sein.

Umformung 5

Ein Term wird durch Umformung in seiner Darstellung vereinfacht.

Umformung 5 (erweitert)

Ein Term wird durch Umformung in seiner Darstellung vereinfacht.

Bruchterme können oft durch Kürzen oder Erweitern vereinfacht werden.

Umformung 6

Von beiden Termen wird der Kehrwert genommen.



(A) $32x + 5 = 27x - 10 \quad | -27x$
 $5x + 5 = -10 \quad | -5$
 $5x = -15 \quad | :5$
 $x = -3$

(B) $2x + 3(x-8) = 9 - 5x$
 $2x + 3x - 24 = 9 - 5x$
 $5x - 24 = 9 - 5x \quad | +5x$
 $10x - 24 = 9 \quad | +24$
 $10x = 33 \quad | :10$
 $x = 3.3$

(C) $2 \cdot (18x - 8) = 6 \cdot (5 - 5x) - 13$
 $36x - 16 = 30 - 30x - 13$
 $36x - 16 = 17 - 30x \quad | +30x$

$66x - 16 = 17 \quad | +16$
 $66x = 33 \quad | :66$
 $x = 0.5$

(E) $45 \cdot (2-x) - 3 \cdot (21x-1) = 6 \cdot (3x-1) + 36$
 $90 - 45x - 63x + 3 = 18x - 6 + 36$
 $93 - 108x = 18x + 30 \quad | +108x$
 $93 = 126x + 30 \quad | -30$
 $63 = 126x \quad | :126$
 $0.5 = x$

Übung 6
Bruchgleichungen

Beim Lösen von Bruchgleichungen mit der Variablen x im Nenner kann man gleich vorgehen wie bei den übrigen Gleichungen. Je nach Bruchterm können die erweiterte Umformung 5 und die Umformung 6 hilfreich sein.

Notiere hinter jeden Zeile den die Umformungsnummer 1-6

Die folgende Bruchgleichung wurde auf drei Arten gelöst.

$$\frac{4}{x+2} = \frac{1}{x-4}$$

Lösungsweg 1

$\frac{x+2}{4} = x-4 \quad (3)$
 $x+2 = 4(x-4) \quad (5)$
 $x+2 = 4x-16 \quad (2)$
 $2 = 3x-16 \quad (1)$
 $18 = 3x \quad (4)$
 $6 = x$

Lösungsweg 2

$4 = \frac{1}{x-4} (x+2) \quad (3)$
 $4(x-4) = (x+2) \quad (5)$
 $4x-16 = x+2 \quad (1)$
 $4x = x+18 \quad (2)$
 $3x = 18 \quad (4)$
 $x = 6$

Lösungsweg 3

$\frac{x+2}{4} = x-4 \quad (5)$
 $\frac{x}{4} + \frac{2}{4} = x-4 \quad (1) + (2)$
 $4 + \frac{2}{4} = x - \frac{x}{4} \quad (5)$
 $\frac{18}{4} = \frac{3x}{4} \quad (3)$
 $18 = 3x \quad (4)$
 $6 = x$

Merke:

Im Term $\frac{1}{x-1}$ ist die Zahl $x = 1$ nicht sinnvoll, weil es zum Term $\frac{1}{0}$ führt.

Man kann nicht durch 0 dividieren.

Überprüfe die Lösung $x = 6$, indem du diese Zahl in die ursprüngliche Gleichung einsetzt und die beiden Seiten unabhängig voneinander ausrechnest.

$$\frac{4}{x+2} = \frac{1}{x-4}$$

$$\frac{4}{6+2} = \frac{1}{6-4}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \checkmark$$

Übung 7

Allgemein gültige und unlösbare Gleichungen

Eine Gleichung ist **allgemeingültig**, wenn jede beliebige zugelassene Zahl als Lösung infrage kommt.

Eine Gleichung ist **unlösbar**, wenn es keine Zahl geben kann, die als Lösung infrage kommt.

Löse die Gleichungen. Was stellst du fest?

A $2,4x - 12 = 8,4x + 42$

D $\frac{2}{4x+6} = \frac{1}{2x+3}$

B $4,5x + 8 = 2x - 9 + 2,5x$

E $\sqrt{3-x} = -5$

C $\frac{2}{6x+12} = \frac{1}{4x+6}$

F $\frac{5x-10}{3x-6} = 8$

lösbar, genau 1 Lösung, nämlich -9

fällt x weg und führt zu einer Gleichung der Art $a=b$ ist die Gleichung **unlösbar!**

(A) $2,4x - 12 = 8,4x + 42 \quad | -2,4x$
 $-12 = 6x + 42 \quad | -42$
 $-54 = 6x \quad | :6$
 $-9 = x$

(E) $\sqrt{3-x} = -5 \quad | \text{hoch}^2$
 $3-x = +25 \quad | +x$
 $3 = 25+x \quad | -25$
 $-22 = x$

(B) $4,5x + 8 = 2x - 9 + 2,5x$
 $4,5x + 8 = 4,5x - 9 \quad | -4,5x$
 $8 = -9$
 \rightarrow unlösbar

Wenn man die Zahl aber einsetzt, ergibt sich folgendes:

$\sqrt{3-(-22)} = -5$
 $\sqrt{3+22} = -5$
 $\sqrt{25} = -5$
 $+5 = -5$

Das stimmt aber nicht!

\rightarrow **unlösbar!**

(C) $\frac{2}{6x+12} = \frac{1}{4x+6} \quad | \text{Kehrwert}$
 $\frac{6x+12}{2} = \frac{4x+6}{1} \quad | \cdot 2$
 $6x+12 = 4x+6$

$6x+12 = 4x+6 \quad | -4x$
 $12 = 2x+6 \quad | -6$
 $6 = 2x$
 $3 = x$

(D) $\frac{2}{4x+6} = \frac{1}{2x+3} \quad | \text{Kehrwert}$
 $\frac{4x+6}{2} = \frac{2x+3}{1} \quad | \cdot 2$
 $4x+6 = 2x+3 \quad | -2x$
 $2x+6 = 3 \quad | -6$
 $2x = -3 \quad | :2$
 $x = -1,5$

(F) $\frac{5x-10}{3x-6} = 8 \quad | \cdot (3x-6)$
 $5x-10 = 24x-48 \quad | -5x$
 $-10 = 19x-48 \quad | +48$
 $38 = 19x \quad | :19$
 $2 = x$

fällt x weg und führt zu einer Gleichung der Art $a=a$ ist die Gleichung **allgemein gültig!**

Aber $x = -1,5$ ist nicht zugelassen!

(F) $x=2$ ist keine Lösung, da in der ursprünglichen Gleichung im Nenner $3x-6$ steht. Wenn man $x=2$ einsetzt, gibt dies Null im Nenner! Das ist nicht erlaubt!

Übung 8 Zahlenrätsel

Schreibe zu den Rätseln eine Gleichung und löse sie. Kontrolliere die Lösung.

- A Der hundertste Teil einer Zahl ergibt das Neunfache des Kehrwertes der ursprünglichen Zahl.
- B Addiere zum Zähler des Bruchs $\frac{9}{16}$ eine Zahl. Subtrahiere dieselbe Zahl vom Nenner. Du erhältst 4.
- C Addiere zum Zähler des Bruchs $\frac{11}{10}$ eine Zahl und zum Nenner das Doppelte dieser Zahl. Du erhältst einen Bruch mit dem Wert $\frac{5}{6}$.
- D Nimm den 6. Teil einer Zahl und addiere 8. Dann erhältst du das gleiche Ergebnis, wie wenn du den 8. Teil der Zahl nimmst und 6 addierst.
- E Löse Aufgabe D mit zwei anderen Zahlen als den Zahlen 6 und 8. Was stellst du fest? Begründe deine Erkenntnis.

←
X kann sowohl +30 als auch -30 sein, da beide Zahlen beim Quadrieren 900 ergeben!

(A)
$$\frac{x}{100} = 9 \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{9}{x} \quad | \cdot 100 \cdot x$$

$$x^2 = 900 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{x_1 = +30}}$$

$$\underline{\underline{x_2 = -30}}$$

(B)
$$\frac{9+x}{16-x} = \frac{4}{1} \quad | \cdot (16-x)$$

$$9+x = 4 \cdot (16-x)$$

$$9+x = 64 - 4x \quad | +4x$$

$$9+5x = 64 \quad | -9$$

$$5x = 55 \quad | :5$$

$$\underline{\underline{x = 11}}$$

(C)
$$\frac{11+x}{10+2x} = \frac{5}{6} \quad | \cdot 6$$

$$66+6x = 50+10x \quad | -6x$$

$$66 = 50+4x \quad | -50$$

$$16 = 4x \quad | :4$$

$$\underline{\underline{4 = x}}$$

(D)
$$\frac{x}{6} + 8 = \frac{x}{8} + 6 \quad | \cdot 6 \cdot 8$$

$$8x + 384 = 6x + 288 \quad | -6x$$

$$2x + 384 = 288 \quad | -384$$

$$2x = -96 \quad | :2$$

$$\underline{\underline{x = -48}}$$

(E) Wählt man anstelle der Zahlen 6 und 8 die Zahlen a und b, dann ist x immer $-a \cdot b$

Übung 9

Zugelassene Zahlen bei Termen

Im Bereich der reellen Zahlen gibt es Operationen, die nicht durchführbar sind, wie zum Beispiel die Division durch 0 oder die Quadratwurzel aus einer negativen Zahl. Wird eine Zahl für eine Variable eingesetzt, muss die Operation durchführbar sein. Dann gilt: Für den Term ist das eine zugelassene Zahl.

G Zahlen kleiner als -8 sind nicht zugelassen (siehe E).

Welche Zahlen sind für x in den folgenden Bruchtermen nicht zugelassen? Begründe.

A $\frac{3}{x}$

C $\frac{x}{2x+5}$

E $\sqrt{4x}$

G $\sqrt{8+x}$

B $\frac{4}{x-3}$

D $\frac{7}{(x-3)(x+7)}$

F $\sqrt{2-x}$

- A $x=0$ ist nicht zugelassen, weil man sonst durch Null dividieren müsste! Division durch Null ist nicht möglich.
- B $x=3$ ist nicht zugelassen, weil man sonst durch Null dividieren müsste!
- C $x=-2.5$ ist nicht zugelassen, weil man sonst durch Null dividieren müsste.
- D $x=3$ und $x=-7$ sind nicht zugelassen (Division durch Null wäre die Folge, was nicht möglich ist).
- E Negative Zahlen sind nicht zugelassen, weil man von einer negativen Zahl keine Wurzel ziehen kann.
- F Zahlen grösser als 2 sind nicht zugelassen (siehe E)

Übung 10
Ungleichungen

Umformung 7
Werden beide Seiten einer Ungleichung mit derselben Zahl k multipliziert, gilt:
Faktor k ist positiv:
 $a < b \rightarrow ka < kb$ (wie bisher)
Faktor k ist negativ:
 $a < b \rightarrow ka > kb$

Ungleichungen
 $x < y$ x ist kleiner als y
 $x > y$ x ist grösser als y
 $x \leq y$ x ist kleiner oder gleich gross wie y
 $x \geq y$ x ist grösser oder gleich gross wie y
Wird in einer Gleichung das Gleichheitszeichen durch eines der obigen Zeichen ersetzt, so spricht man von einer Ungleichung.

Im Prinzip lassen sich Ungleichungen gleich lösen wie Gleichungen. Auch die Umformungsregel auf dem Kärtchen links kann hilfreich sein. Studiere die folgenden angefangenen Ungleichungen: Führe sie weiter. Ergänze die Regeln.

| Multiplikation mit Faktor k | | |
|---|--|---|
| Fall 1 $3 > 2 \mid \cdot k = 3$ $9 > 6$ | Fall 2 $3 > 2 \mid \cdot k = 1$ $3 > 2$ | Fall 3 $3 > 2 \mid \cdot k = 0.5$ $1.5 > 1$ |
| Fall 3 $3 > 2 \mid \cdot k = -0.5$ $1.5 < -1$ | Fall 2 $3 > 2 \mid \cdot k = -1$ $-3 < -2$ | Fall 3 $3 > 2 \mid \cdot k = -3$ $-9 < -6$ |
| Division mit Faktor k | | |
| Fall 1 $3 > 2 \mid \div k = 3$ $1 > 0.6$ | Fall 2 $3 > 2 \mid \div k = 1$ $1.5 > 1$ | Fall 3 $3 > 2 \mid \div k = 0.5$ $6 > 4$ |
| Fall 3 $3 > 2 \mid \div k = -0.5$ $-6 < -4$ | Fall 2 $3 > 2 \mid \div k = -1$ $-3 < -2$ | Fall 3 $3 > 2 \mid \div k = -3$ $-1 < -0.6$ |
| Kehrwert bilden | | |
| $3 > 2 \mid$ Kehrwert bilden | | |

Umformung 7 (erweitert)
Werden beide Seiten einer Ungleichung mit derselben Zahl k dividiert, gilt:
Faktor k ist positiv:
 $a < b \rightarrow a:k < b:k$
Faktor k ist negativ:
 $a < b \rightarrow a:k > b:k$

Umformung 7 (erweitert)
Bildet man auf beiden Seiten einer Ungleichung den Kehrwert, gilt:
 $a < b \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Übung 11
Ungleichungen

Löse die Ungleichungen. Eventuell helfen dir die Umformungsregeln aus Übung 10.

- A $3 + 7x < 2(4x - 5)$
 B $3(2x + 5) - 8 \geq 5(2x + 6) + 3x$
 C $\frac{2}{3x+2} > \frac{6}{x}$

(A) $3 + 7x < 2 \cdot (4x - 5)$
 $3 + 7x < 8x - 10 \quad | -7x$
 $3 < 1x - 10 \quad | +10$
 $13 < x \quad \text{oder} \quad x > 13$
 $13 < x$
 Kontrolle: mit $x = 14 (>13)$
 $3 + 7 \cdot 14 \stackrel{?}{<} 2 \cdot (4 \cdot 14 - 5)$
 $101 \stackrel{?}{<} 102 \quad \checkmark$

(C) $\frac{2}{3x+2} > \frac{6}{x} \quad | \text{Kehrwert}$
 $\frac{3x+2}{2} < \frac{x}{6} \quad | \cdot 6$
 $9x+6 < x \quad | -x$
 $8x+6 < 0 \quad | -6$
 $8x < -6 \quad | :8$
 $x < -\frac{6}{8}$
 $x < -\frac{3}{4}$
 $x < -\frac{3}{4}$

(B) $3 \cdot (2x + 5) - 8 \geq 5 \cdot (2x + 6) + 3x$
 $6x + 15 - 8 \geq 10x + 30 + 3x$
 $6x + 7 \geq 13x + 30 \quad | -6x$
 $7 \geq 7x + 30 \quad | -30$
 $-23 \geq 7x \quad | :7$
 $-\frac{23}{7} \geq x \quad \text{oder} \quad x \geq -\frac{23}{7}$
 $-\frac{23}{7} \geq x$

Arbeitsheft AH+

Löse die folgenden Aufgaben auf den Arbeitsheftblättern bzw. in diesem Dossier.

Die Arbeitsblätter klebst du hier wie zusätzliche Seiten am Schluss ein.

| Aufgabe | Auftrag | Hinweise | Mein Lernerfolg |
|--|---|--------------------------------------|-------------------------------------|
| | Was? Wie? Wo? | weitere Infos | Wie ist es dir beim Lösen ergangen? |
| 1 bis 5 | Löse so viele wie du brauchst, um diese Aufgabentypen problemlos lösen zu können! | Direkt auf die Arbeitsblätter lösen. | |
| 6 | Löse ins Dossier. | | |
| 7 | Löse ins Dossier. | | |
| 8 | Löse ins Dossier. | | |
| 9 | Löse ins Dossier. | | |
| 11 | Löse ins Dossier. | | |
| 12 | Löse ins Dossier. | | |
| 13 | Löse ins Dossier. | | |
| 14 | Löse ins Dossier. | | |
| 15 | Löse ins Dossier. | | |
| 16 | Löse ins Dossier. | | |
| Zusatzaufgaben und damit freiwillig | | | |
| 10 | Löse auf ein Extrablatt | | |
| Zusatz | | | |

Arbeitsblätter Aufgabe 6

$$\underline{8x + 12y = 100} \rightarrow x = \frac{100 - 12y}{8} : 8$$

$$y = \frac{100 - 8x}{12} : 12$$

| | | | | |
|---|----|---|---|---|
| x | 11 | 8 | 5 | 2 |
| y | 1 | 3 | 5 | 7 |

$x + y$ ist für $x = 2$ und $y = 7$ am kleinsten. (= 9)

$x \cdot y$ ist für $x = 5$ und $y = 5$ am grössten. (= 25)

Arbeitsblätter Aufgabe 7

$$\underline{5x + a = 128}$$

(A) Wenn $x = 23$ ist, sieht die Gleichung wie folgt aus:

$$5 \cdot 23 + a = 128$$

$$\rightarrow \underline{a = 128 - 5 \cdot 23 = 13}$$

(B) Wenn $x = -0.5$ ist, gilt:

$$5 \cdot (-0.5) + a = 128$$

$$\rightarrow \underline{a = 128 - 5 \cdot (-0.5) = 130.5}$$

(C) Die Gleichung $5x + a = 128$ hat dann natürliche Zahlen als Lösung, wenn gilt:

$x = \frac{128 - a}{5}$ ist natürliche Zahl. Dies ist dann der Fall, wenn $(128 - a)$ ein Vielfaches von 5 ist.

Für a kommen die Zahlen 3, 8, 13, 18, ..., 123 in Frage!

Diese Zahlenfolge lässt sich so zeigen: $+5 \quad +5$

$$\underline{a = 5 \cdot n - 2}, \text{ wobei gilt } 0 < n < 26$$

Einfache Gleichungen mit natürlichen Zahlen

1 Löse und setze fort.

| | | | | | |
|----------|----------------------|-----------------|----------|----------------------|-----------------|
| A | $x + 14 = 31$ | $x =$ <u>17</u> | B | $25 + x = 52$ | $x =$ <u>27</u> |
| | $(x + 2) + 14 = 31$ | $x =$ <u>15</u> | | $28 + x = 52$ | $x =$ <u>24</u> |
| | $(x + 4) + 14 = 31$ | $x =$ <u>13</u> | | $31 + x = 52$ | $x =$ <u>21</u> |
| | $(x + 6) + 14 = 31$ | $x =$ <u>11</u> | | $34 + x = 52$ | $x =$ <u>18</u> |
| | $(x + 8) + 14 = 31$ | $x =$ <u>9</u> | | $37 + x = 52$ | $x =$ <u>15</u> |
| | $(x + 10) + 14 = 31$ | $x =$ <u>7</u> | | $40 + x = 52$ | $x =$ <u>12</u> |
| | $(x + 12) + 14 = 31$ | $x =$ <u>5</u> | | $43 + x = 52$ | $x =$ <u>9</u> |
| C | $81 - x = 9$ | $x =$ <u>72</u> | D | $91 - x = 16$ | $x =$ <u>75</u> |
| | $x - 81 = 9$ | $x =$ <u>90</u> | | $91 - (x - 2) = 16$ | $x =$ <u>77</u> |
| | $72 - x = 9$ | $x =$ <u>63</u> | | $91 - (x - 4) = 16$ | $x =$ <u>79</u> |
| | $x - 72 = 9$ | $x =$ <u>81</u> | | $91 - (x - 6) = 16$ | $x =$ <u>81</u> |
| | $63 - x = 9$ | $x =$ <u>54</u> | | $91 - (x - 8) = 16$ | $x =$ <u>83</u> |
| | $x - 63 = 9$ | $x =$ <u>72</u> | | $91 - (x - 10) = 16$ | $x =$ <u>85</u> |
| | $54 - x = 9$ | $x =$ <u>45</u> | | $91 - (x - 12) = 16$ | $x =$ <u>87</u> |
| E | $x - 41 = 17$ | $x =$ <u>58</u> | | | |
| | $(x + 5) - 41 = 17$ | $x =$ <u>53</u> | | | |
| | $(x + 10) - 41 = 17$ | $x =$ <u>48</u> | | | |
| | $(x + 15) - 41 = 17$ | $x =$ <u>43</u> | | | |
| | $(x + 20) - 41 = 17$ | $x =$ <u>38</u> | | | |
| | $(x + 25) - 41 = 17$ | $x =$ <u>33</u> | | | |
| | $(x + 30) - 41 = 17$ | $x =$ <u>28</u> | | | |

2 Löse und setze fort.

| | | | | | |
|----------|---------------|-----------|----------|-----------------------|-----------|
| A | $3x = 39$ | $x = 13$ | B | $5x = 75$ | $x = 15$ |
| | $3(x-1) = 39$ | $x = 14$ | | $5(x+1) = 80$ | $x = 15$ |
| | $3(x-2) = 39$ | $x = 15$ | | $5(x+2) = 85$ | $x = 15$ |
| | $3(x-3) = 39$ | $x = 16$ | | $5(x+3) = 90$ | $x = 15$ |
| | $3(x-4) = 39$ | $x = 17$ | | $5(x+4) = 95$ | $x = 15$ |
| | $3(x-5) = 39$ | $x = 18$ | | $5 \cdot (x+5) = 100$ | $x = 15$ |
| | $3(x-6) = 39$ | $x = 19$ | | $5 \cdot (x+6) = 105$ | $x = 15$ |
| C | $120 : x = 1$ | $x = 120$ | D | $x : 20 = 1$ | $x = 20$ |
| | $120 : x = 2$ | $x = 60$ | | $(x+1) : 20 = 2$ | $x = 39$ |
| | $120 : x = 3$ | $x = 40$ | | $(x+2) : 20 = 3$ | $x = 58$ |
| | $120 : x = 4$ | $x = 30$ | | $(x+3) : 20 = 4$ | $x = 77$ |
| | $120 : x = 5$ | $x = 24$ | | $(x+4) : 20 = 5$ | $x = 96$ |
| | $120 : x = 6$ | $x = 20$ | | $(x+5) : 20 = 6$ | $x = 115$ |
| | $120 : x = 8$ | $x = 15$ | | $(x+6) : 20 = 7$ | $x = 134$ |

| | | | |
|----|-----|----|-----|
| 10 | | 10 | |
| 11 | | 11 | |
| 12 | | 12 | |
| 13 | | 13 | |
| 14 | 100 | 14 | 100 |
| 15 | 100 | 15 | 100 |
| 16 | 100 | 16 | 100 |
| 17 | 100 | 17 | 100 |
| 18 | 100 | 18 | 100 |
| 19 | 100 | 19 | 100 |
| 20 | 100 | 20 | 100 |
| 21 | 100 | 21 | 100 |
| 22 | 100 | 22 | 100 |
| 23 | 100 | 23 | 100 |
| 24 | 100 | 24 | 100 |
| 25 | 100 | 25 | 100 |
| 26 | 100 | 26 | 100 |
| 27 | 100 | 27 | 100 |
| 28 | 100 | 28 | 100 |
| 29 | 100 | 29 | 100 |
| 30 | 100 | 30 | 100 |
| 31 | 100 | 31 | 100 |
| 32 | 100 | 32 | 100 |
| 33 | 100 | 33 | 100 |
| 34 | 100 | 34 | 100 |
| 35 | 100 | 35 | 100 |
| 36 | 100 | 36 | 100 |
| 37 | 100 | 37 | 100 |
| 38 | 100 | 38 | 100 |
| 39 | 100 | 39 | 100 |
| 40 | 100 | 40 | 100 |
| 41 | 100 | 41 | 100 |
| 42 | 100 | 42 | 100 |
| 43 | 100 | 43 | 100 |
| 44 | 100 | 44 | 100 |
| 45 | 100 | 45 | 100 |
| 46 | 100 | 46 | 100 |
| 47 | 100 | 47 | 100 |
| 48 | 100 | 48 | 100 |
| 49 | 100 | 49 | 100 |
| 50 | 100 | 50 | 100 |

Gleichungen mit ganzen Zahlen

3 Löse und setze fort.

| | | | | | |
|---|-------------------|-----------|---|-------------------------|-----------|
| A | $x + 8 = -12$ | $x = -20$ | B | $10 - x = -2$ | $x = 12$ |
| | $x + 10 = -14$ | $x = -24$ | | $10 - (x - 1) = -2$ | $x = 13$ |
| | $x + 12 = -16$ | $x = -28$ | | $10 - (x - 2) = -2$ | $x = 14$ |
| | $x + 14 = -18$ | $x = -32$ | | $10 - (x - 3) = -2$ | $x = 15$ |
| | $x + 16 = -20$ | $x = -36$ | | $10 - (x - 4) = -2$ | $x = 16$ |
| | $x + 18 = -22$ | $x = -40$ | | $10 - (x - 5) = -2$ | $x = 17$ |
| | $x + 20 = -24$ | $x = -44$ | | $10 - (x - 6) = -2$ | $x = 18$ |
| C | $-8(x - 1) = 16$ | $x = -1$ | D | $120 : x = -15$ | $x = -8$ |
| | $-8(x - 2) = -16$ | $x = 4$ | | $240 : (x + 1) = -30$ | $x = -9$ |
| | $-8(x - 3) = 16$ | $x = 1$ | | $480 : (x + 2) = -60$ | $x = -10$ |
| | $-8(x - 4) = -16$ | $x = 6$ | | $960 : (x + 3) = -120$ | $x = -11$ |
| | $-8(x - 5) = 16$ | $x = 3$ | | $1920 : (x + 4) = -240$ | $x = -12$ |
| | $-8(x - 6) = -16$ | $x = 8$ | | $3840 : (x + 5) = -480$ | $x = -13$ |
| | $-8(x - 7) = 16$ | $x = 5$ | | $7680 : (x + 6) = -960$ | $x = -14$ |

4 Bestimme x.

| | | | | | |
|---|-----------------|----------|---|---------------------|-----------|
| A | $4x - 12 = -2x$ | $x = 2$ | B | $x + 1 = 2(x + 8)$ | $x = -15$ |
| | $6x - 12 = 0$ | $x = 6$ | | $x + 1 = 2x + 16$ | $x = -18$ |
| | $12 - 4x = -2x$ | $x = -2$ | | $x + 2 = 2(x + 10)$ | $x = -21$ |
| | $12 = 2x$ | $x = -2$ | | $x + 3 = 2(x + 12)$ | $x = -24$ |
| | $-4x - 12 = 2x$ | $x = -2$ | | $x + 4 = 2(x + 14)$ | $x = -24$ |
| | $-12 = 6x$ | $x = -2$ | | $x + 4 = 2x + 28$ | |
| | $-12 = 6x$ | | | | |

Gleichungen mit gebrochenen Zahlen

5 Bestimme x.

| | | | | | | | |
|----|-----------------------------------|--------------|--|-----|------------------------------|-----------|-----------------|
| A | $\frac{1}{2}x + 1 = 4$ | $x =$ | <u>6</u> | B | $2,3x - 4 = -1,7$ | $x =$ | <u>1</u> |
| * | $3 - \frac{2}{3}x = 1$ | $x =$ | <u>3</u> | □ | $8 - 0,4x = -12$ | $ +0,4x$ | $x =$ <u>50</u> |
| +* | $2x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ | $ \cdot 4$ | $x =$ <u>$\frac{5}{8}$</u> | □□ | $3,5 + 0,3x = 1,1x - 0,5$ | | $x =$ <u>5</u> |
| ** | $4 - \frac{3}{5}x = \frac{7}{10}$ | $ \cdot 10$ | $x =$ <u>$5\frac{1}{2}$</u> | □□□ | $0,6(x - 3) = 0,5(0,4 + 2x)$ | | $x =$ <u>-5</u> |

Gleichungen mit Formvariablen

6 Für die Gleichung $8x + 12y = 100$ gilt: x und y sind natürliche Zahlen.

- A Bestimme alle möglichen Lösungen.
 B Für welche Lösung ist die Summe $x + y$ am kleinsten?
 C Für welche Lösung ist das Produkt $x \cdot y$ am grössten?

7 In der Gleichung $5x + a = 128$ wird a «Formvariable» genannt.
Je nachdem, welche Zahl man für a einsetzt, erhält man eine andere Lösung der Gleichung.

- A Finde ein a so, dass die Gleichung die Lösung $x = 23$ hat.
 B Für welches a hat die Gleichung die Lösung $x = -0,5$?
 C Für welche a hat die Gleichung natürliche Zahlen als Lösung? Beschreibe diese a durch einen allgemeinen Term.

8 Rechne mit der Gleichung $5x + 8 = 71 + bx$.

- A Wähle b so, dass die Gleichung die Lösung $x = 9$ hat.
 B Für welches b hat die Gleichung die Lösung $x = 1$?
 C Wähle b so, dass die Gleichung unlösbar ist.

$$\begin{aligned} * \quad 3 &= 1 + \frac{2}{3}x & | -1 \\ 2 &= \frac{2}{3}x & | : \frac{2}{3} \\ \underline{\underline{3}} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square \quad 8 &= -12 + 0,4x & | +12 \\ 20 &= 0,4x & | : 0,4 \\ \underline{\underline{50}} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ** \quad 8x - 3 &= 2 & | +3 \\ 8x &= 5 & | : 8 \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{\frac{5}{8}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square\square \quad 3,5 + 0,3x &= 1,1x - 0,5 & | -0,3x + 0,5 \\ 4 &= 0,8x & | : 0,8 \\ \underline{\underline{5}} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *** \quad 40 - 6x &= 7 & | +6x - \\ 33 &= 6x & | : 6 \\ \frac{33}{6} &= x \\ \underline{\underline{5\frac{1}{2}}} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square\square\square \quad 0,6x - 1,8 &= 0,20 + 1x & | -0,6x - 0,2 \\ -2,0 &= 0,4x & | : 0,4 \\ \underline{\underline{-5}} &= x \end{aligned}$$

Arbeitsblätter Aufgabe 8

$$5x + 8 = 71 + bx$$

(A) Wenn $x = 9$ ist, gilt:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 9 + 8 &= 71 + 9b \\ 45 + 8 &= 71 + 9b & | -71 \\ -18 &= 9b & | :9 \\ -2 &= b \end{aligned}$$

(B) Wenn $x = 1$ ist, gilt:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 1 + 8 &= 71 + b & | -71 \\ -58 &= b \end{aligned}$$

(C) Die Gleichung soll unlösbar sein. Das ist dann der Fall, wenn das x auf beiden Seiten weg fällt und es dann zu einer Gleichung der Art

$$u = v \text{ kommt.}$$

Dies ist der Fall, wenn

$$b = 5 \text{ ist:}$$

$$5x + 8 = 71 + 5x \quad | -5x$$

$$8 = 71$$

→ unlösbar!

Arbeitsblätter Aufgabe 9

(A) $\frac{6}{x-3} = \frac{15}{x}$ $\swarrow \searrow$

$$\begin{aligned} 6x &= 15x - 45 & | -6x + 45 \\ 45 &= 9x & | :9 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Nicht zugelassen sind:
 $x = 3$ und $x = 0$
(Division durch Null)

(B) $\frac{1}{3-x} = \frac{7}{1+x}$ $\swarrow \searrow$

$$\begin{aligned} 1+x &= 21-7x & | +7x -1 \\ 8x &= 20 & | :8 \\ x &= 2.5 \end{aligned}$$

Nicht zugelassen sind:
 $x = 3$ und $x = -1$
(Division durch Null)

(C) $\frac{2}{x+8} = \frac{15}{3-2x}$ | KP

$$\begin{aligned} 6 - 4x &= 15x + 120 & | +4x - 120 \\ -114 &= 19x & | :19 \\ -6 &= x \end{aligned}$$

Nicht zugelassen sind:
 $x = -8$ und $x = 1.5$

(D) $\frac{4}{2x+7} = \frac{9}{3-4x}$ | KP

$$\begin{aligned} 12 - 16x &= 18x + 63 & | +16x - 63 \\ -51 &= 34x & | :34 \\ -\frac{51}{34} &= x \\ -\frac{3}{2} &= x \\ -1.5 &= x \end{aligned}$$

Nicht zugelassen sind:

$$x = -3.5 \text{ und } x = 0.75$$

Arbeitsblätter Aufgabe 11

Wie gross muss a jeweils sein, damit die Gleichung die Lösung $x = 10$ hat, unlösbar oder allgemeingültig ist? Trage wo möglich die Ergebnisse für a in die Tabelle ein.

| Gleichung | Lösung $x = 10$ | unlösbar | allgemeingültig |
|----------------|-----------------|---------------------------|-----------------|
| A $x(a+1) = 5$ | $a = -0.5$ | Wenn $a = -1!$ | - |
| B $(a+3)x = x$ | $a = -2$ | - | $a = -2$ |
| C $x(a-9) = a$ | $a = 10$ | Wenn $a = 9$ | - |
| D $(a+5)x = 0$ | $a = -5$ | - | $a = -5$ |
| E $ax^2 = -1$ | $a = -0.01$ | Wenn $a = 0$ oder $a > 0$ | |

Die Gleichung ist dann unlösbar, wenn sie zu einer Gleichung der Form $a=b$ (z.B. $9=15$) führt!

A $10 \cdot (a+1) = 5$
 $10a + 10 = 5$ | -10
 $10a = -5$ | :10
 $a = -0.5$

B $(a+3) \cdot 10 = 10$
 $10a + 30 = 10$ | -30
 $10a = -20$ | :10
 $a = -2$

C $10 \cdot (a-9) = a$
 $10a - 90 = a$ | +90-9
 $9a = 90$ | :9
 $a = 10$

D $(a+5) \cdot 10 = 0$
 $10a + 50 = 0$ | -50
 $10a = -50$ | :10
 $a = -5$

E $a \cdot 10^2 = -1$
 $100a = -1$ | :100
 $a = -1/100$
 $a = -0.01$

Arbeitsblätter Aufgabe 12

| | | | |
|---------------------|-------------|-----------------------|------------|
| A $7+3x \geq 4x-3$ | $x \leq 10$ | B $10-3x \geq 5(x-3)$ | $x \leq 5$ |
| C $2x^2 < 27$ | $x \leq 3$ | D $(8x+6):2 < 15$ | $x < 3$ |
| E $5x \geq x^2$ | $x \leq 3$ | F $x^2 - x < 50$ | $x \leq 7$ |
| G $100-3x^2 \geq 0$ | $x \leq 5$ | H $10x-5x^2 > 0$ | $x = 1$ |

H $10x - 5x^2 > 0$ | :5
 $2x - x^2 > 0$
 $x \cdot (2-x) > 0$
 $x = 1$

A $7+3x \geq 4x-3$ | -3x+3
 $10 \geq x$
 $x \leq 10$

B $10-3x \geq 5 \cdot (x-3)$
 $10-3x \geq 5x-15$ | +3x+15
 $25 \geq 8x$ | :8
 $25/8 \geq x$
 $x \leq 3 1/8$ $x \leq 3$

C $2x^2 < 27$ | :2
 $x^2 < 13.5$ | $\sqrt{\quad}$
 $x < \sqrt{13.5}$
 $x \leq 3$

D $(8x+6):2 < 15$
 $4x+3 < 15$ | -3
 $4x < 12$ | :4
 $x < 3$

E $5x \geq x^2$ | :x
 $5 \geq x$
 $x \leq 5$

F $x^2 - x < 50$
 $x \cdot (x-1) < 50$
 $x \leq 7$

G $100-3x^2 \geq 0$ | +3x^2
 $100 \geq 3x^2$ | :3
 $33 1/3 \geq x^2$
 $x^2 \leq 33 1/3 \rightarrow x \leq 5$

Arbeitsblätter Aufgabe 13

Die Summe von sechs aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen ist 360. Wie heisst die kleinste dieser Zahlen?

$$\left. \begin{array}{l} 1. \text{ Zahl: } x \\ 2. \text{ Zahl: } x+2 \\ 3. \text{ Zahl: } x+4 \\ 4. \text{ Zahl: } x+6 \\ 5. \text{ Zahl: } x+8 \\ 6. \text{ Zahl: } x+10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6x + 30 = 360 \\ 6x = 330 \\ x = 55 \end{array} \begin{array}{l} | -30 \\ | :6 \end{array}$$

Die 6 Zahlen lauten 55, 57, 59, 61, 63, 65

Arbeitsblätter Aufgabe 14

Man addiert zu einer natürlichen Zahl das 15-Fache und erhält das Quadrat der Zahl. Wie heisst die Zahl?

$$\begin{array}{l} x + 15x = x^2 \\ 16x = x^2 \quad | :x \\ 16 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Die gesuchte Zahl} \\ \text{heisst } \underline{\underline{16}}. \end{array}$$

Arbeitsblätter Aufgabe 15

Welche natürlichen Zahlen erfüllen jeweils die Bedingung?

A Das Dreifache der Zahl vermindert um 20 ist grösser als ein Drittel der Zahl.

B Subtrahiert man von 10 einen Sechstel der gesuchten Zahl, so erhält man mehr als die gesuchte Zahl

C Das Quadrat der Zahl ist kleiner als das Doppelte der Zahl plus 100.

D Die um fünf vergrösserte Zahl ist mindestens so gross wie ihr halbes Quadrat.

$$\textcircled{A} \quad 3x - 20 > \frac{x}{3} \quad | \cdot 3 \quad \textcircled{C} \quad x^2 < 2x + 100 \quad | -2x$$

$$9x - 60 > x \quad | +60 - x$$

$$8x > 60 \quad | :8$$

$$x > 7.5$$

$$\underline{\underline{x \geq 8}}$$

$$x^2 - 2x < 100$$

$$x \cdot (x-2) < 100$$

$$\underline{\underline{x \leq 11}}$$

$$\textcircled{B} \quad 10 - \frac{x}{6} > x \quad | \cdot 6$$

$$60 - x > 6x \quad | +x$$

$$60 > 7x \quad | :7$$

$$8\frac{4}{7} > x$$

$$x < 8\frac{4}{7}$$

$$\underline{\underline{x \leq 8}}$$

$$\textcircled{D} \quad x + 5 \geq \frac{x^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2x + 10 \geq x^2 \quad | -2x$$

$$10 \geq x^2 - 2x$$

$$10 \geq x \cdot (x-2)$$

$$x \cdot (x-2) \leq 10$$

$$\underline{\underline{x \leq 4}}$$

Arbeitsblätter Aufgabe 16

Wie gross kann die Summe zweier natürlicher Zahlen x und y höchstens sein, wenn $15x + 55y = 2000$ ist?

$15x + 55y = 2000$ mit systematischem Ausprobieren!

| | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| x | 126 | 115 | 104 | 93 | 82 | 71 | 60 | 49 | 38 | 27 | 16 | 5 |
| y | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 |

Summe 128 ist am grössten!

Zusatzaufgabe 301

A $3x - 8(x + 2) = 5(4 - 3x) - 1$

B $6(2x - 3) + 9(x + 4) - 8(3x + 1) = -1$

C $(3x - 5)(x + 4) - 8 = 3(x + 2)^2$

D $(4x - 1)^2 - 6 = (4x + 3)(4x - 3)$

E $3 + (x - 1)(x + 1) = (x - 1)^2$

F $(x + 1) \cdot 6x + (2x + 1)^2 = (3 - 2x)(1 - 5x)$

A $\Rightarrow x = \frac{7}{2} = 3,5$

B $x = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

C $x = -8$

D $x = \frac{1}{2}$

E $x = -0,5$

F $x = \frac{2}{27}$

Zusatzaufgabe 302

A $\frac{4}{x} = -5$

$x = -\frac{4}{5}$

B $\frac{2}{3x} = 7$

$x = \frac{2}{21}$

C $\frac{2}{x} + 7 = 8$

$x = 2$

Zusatzaufgabe 303

A $\frac{x}{(x+4)} = -1$

$x = -2$

B $\frac{x}{(x+4)} = 0$

$x = 0$

C $\frac{x}{(x+4)} = 1$

Keine Lösung

D $\frac{x}{(x+4)} = 2$

-8

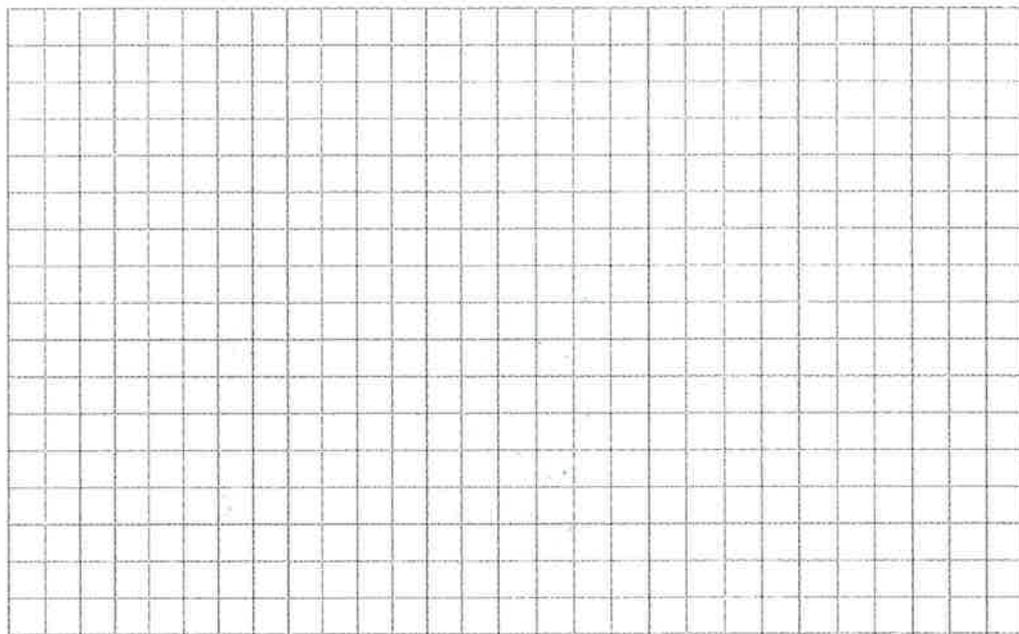
Zusatzaufgabe 304

A $\frac{2x+1}{3-x} = 0$ $x = 0$

B $\frac{2x+1}{3-x} = -1$ $x = -4$

C $\frac{2x+1}{3-x} = -2$ keine Lösung

D $\frac{2x+1}{3-x} = -3$ $x = 10$



Zusatzaufgabe 305

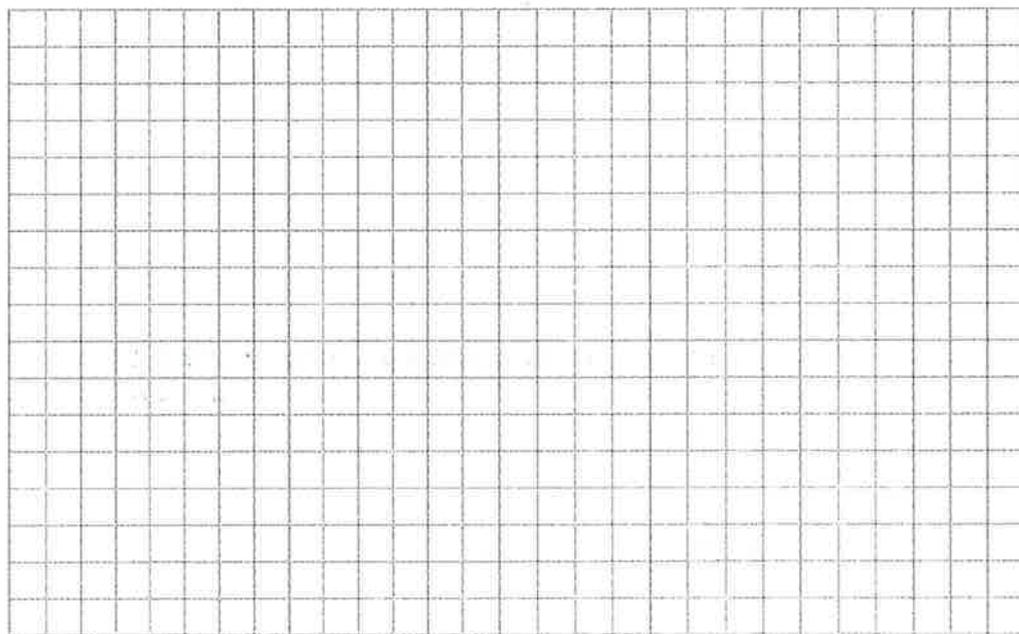
A $\frac{4}{3x+4} = \frac{2}{3x-1}$ $x = 2$

B $\frac{2}{3-x} + 1 = \frac{x}{3-x}$ $x = 2\frac{1}{2}$

C $\frac{2}{x+2} + 7 = \frac{8}{x+2}$ $x = -\frac{8}{7}$

D $\frac{9x}{4} = 2x + \frac{1}{3}$ $x = +\frac{4}{3}$

E $\frac{9}{2x} = \frac{3}{2x+2}$ $x = -\frac{3}{2}$



Zusatzaufgabe 401

Rechne mit der Gleichung $4(x+2) - 3 = 5 + cx$.

A Wähle c so, dass die Gleichung die Lösung $x = 1$ hat.

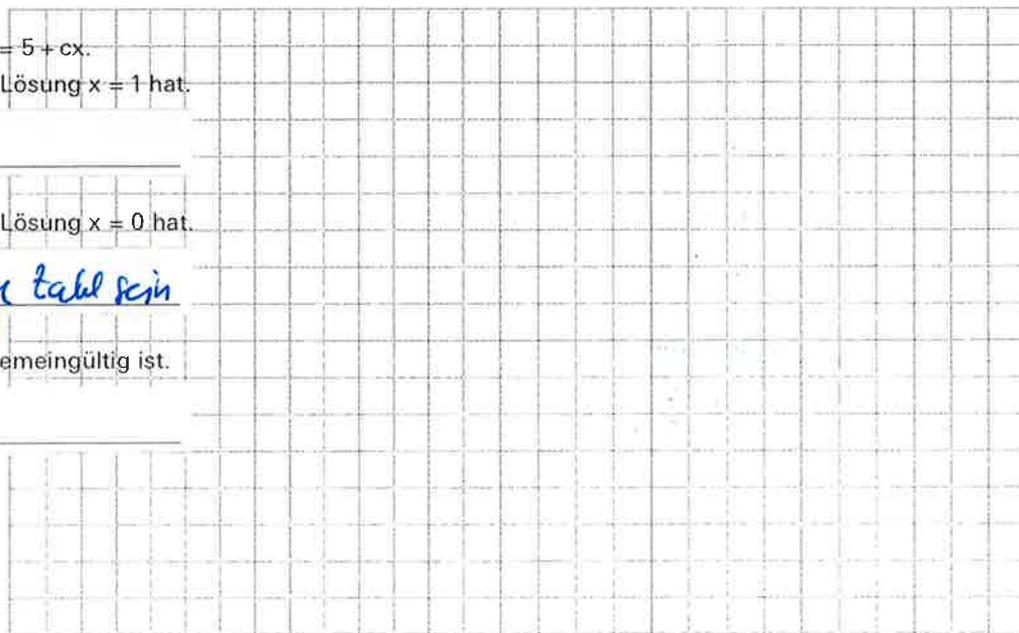
$$c = 4$$

B Wähle c so, dass die Gleichung die Lösung $x = 0$ hat.

c kann eine beliebige Zahl sein

C Wähle c so, dass die Gleichung allgemeingültig ist.

$$c = 4$$

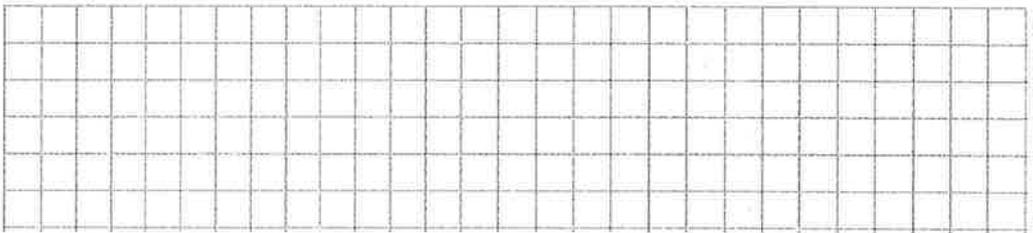


Zusatzaufgabe 402

Ordne die Gleichungen A bis I am richtigen Ort in die Tabelle ein. Falls eine Gleichung lösbar ist, gib die Lösungen an.

- A $x^2 + x = 2$
- D $x : x = 1$
- G $(x+1)x = x^2 + x$
- B $x + 2x = 3x$
- E $x =$
- H $6 : x = x$
- C $x + 1 = x$
- F $5x = \sqrt{x}$
- I $2x - 5 = 2(x + 3)$

| lösbare Gleichung | allgemeingültige Gleichung | unlösbare Gleichung |
|--|----------------------------|---------------------|
| A $x_1 = 1$ $x_2 = -2$ | B | C |
| F $x = 1/25$ | D | I |
| H $x_1 = \sqrt{3}$ $x_2 = -\sqrt{3}$ | E | — |
| — | G | — |



Zusatzaufgabe 403

- A $x = 2$ $a = 2/3$
- B $x = 0$ $a = 0$
- C unlösbare Gleichung
- D $x = -4$ $a = 4$

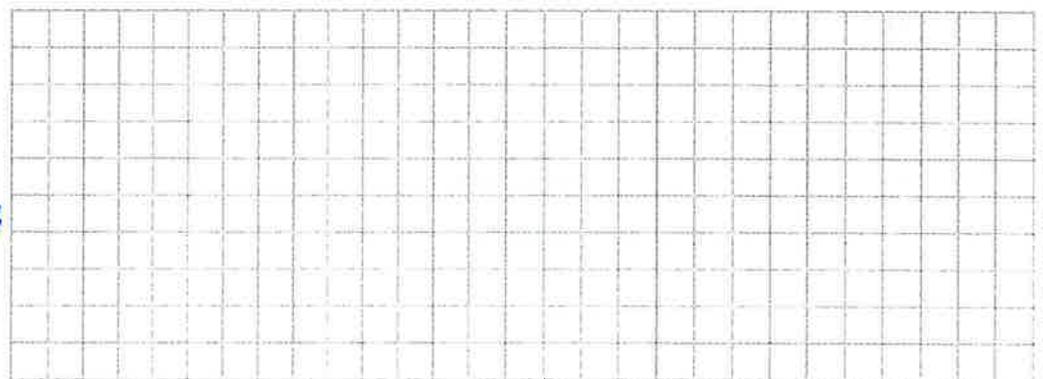
Bestimme a in der Gleichung $\frac{3x}{2x+5} = a$ so, dass die angegebene Lösung für x entsteht.

→ mögliche Lösung: $a = \frac{x}{2x+5}$

Zusatzaufgabe 406

- A $x = 1$ $a = 5/3$
- B $x = -2$ $a = -5/6$
- C $x = 0$ $a = 0$
- D $x = 2$ nicht definiert
- E unlösbare Gleichung $a = \frac{x}{6-3x}$

Bestimme a in der Gleichung $\frac{5x}{6-3x} = a$ so, dass die angegebene Lösung für x entsteht.



Zusatzaufgabe 405

Rechne mit der Gleichung $3x - 11 = ax - 25$.

A Für welches a hat diese Gleichung die Lösung $x = 10$?

B Wähle a so, dass die Gleichung die Lösung $x = -1$ hat.

C Zeige: Es lässt sich kein a finden, sodass die Gleichung die Lösung $x = 0$ hat.

$$A: a = \frac{22}{5}$$

$$B: a = -11$$

C: Wenn wir $x=0$ einsetzen, erhalten wir $-11 = -25$ und dies ist in jedem Fall falsch.

Zahlenrätsel

407

Der Zehntausendstel einer Zahl ergibt das Vierfache des Kehrwertes der ursprünglichen Zahl. Wie heisst die ursprüngliche Zahl?

$$\frac{x}{10'000} = 4 \cdot \frac{1}{x} \Rightarrow \underline{\underline{x = +200 \text{ oder } x = -200}}$$

408

Der sechste Teil und der achte Teil einer Zahl sind zusammen um 2 grösser als der vierte Teil der Zahl. Wie heisst die Zahl?

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{8} = \frac{x}{4} + 2 \Rightarrow \underline{\underline{x = 48}}$$

409

Dividiert man 3 durch eine unbekannte Zahl, so erhält man gleich viel, wie wenn man 112 durch eine Zahl dividiert, die um 3 kleiner ist als die Unbekannte. Wie heisst die unbekannte Zahl?

$$\frac{3}{x} = \frac{112}{x-3} \rightarrow \underline{\underline{x = -\frac{9}{109}}}$$

410

Man zählt beim Bruch $\frac{2}{5}$ zum Zähler und Nenner die gleiche Zahl und bekommt $\frac{14}{15}$. Wie heisst diese Zahl?

$$\frac{2+x}{5+x} = \frac{14}{15} \rightarrow \underline{\underline{x = 40}}$$

411

Man subtrahiert beim Bruch $\frac{13}{7}$ vom Zähler und Nenner die gleiche Zahl und bekommt so 1,25. Wie heisst diese Zahl?

$$\frac{13-x}{7-x} = \frac{5}{4} \rightarrow \underline{\underline{x = -17}}$$

413

Man addiert zu einer Zahl einen Drittel der Zahl und bekommt das Gleiche, wie wenn man von 1 einen Viertel der gesuchten Zahl subtrahiert. Wie heisst die Zahl?

$$x + \frac{x}{3} = 1 - \frac{x}{4} \quad \underline{\underline{x = \frac{12}{19}}}$$

Gleichungen lösen

417

A $3x + \frac{100}{x} = 7x$ $x = \pm 5$

B $\frac{x}{3} + \frac{30}{x} = \frac{7x}{6}$ $x = \pm 6$

C $9x - \frac{1}{x} = 5x$ $x = \pm 1/2$

D $\frac{10-7x}{x-1} = \frac{5}{x+1} - 7$ $x = 4$

E $\frac{2x-5}{2(x-1)} = \frac{x-1}{x+1}$ $x = 7$

418

A $\frac{1}{x} = \frac{9}{x} - 4$ $x = 2$

B $\frac{8}{5-x} = \frac{8}{x}$ $x = 5/2$

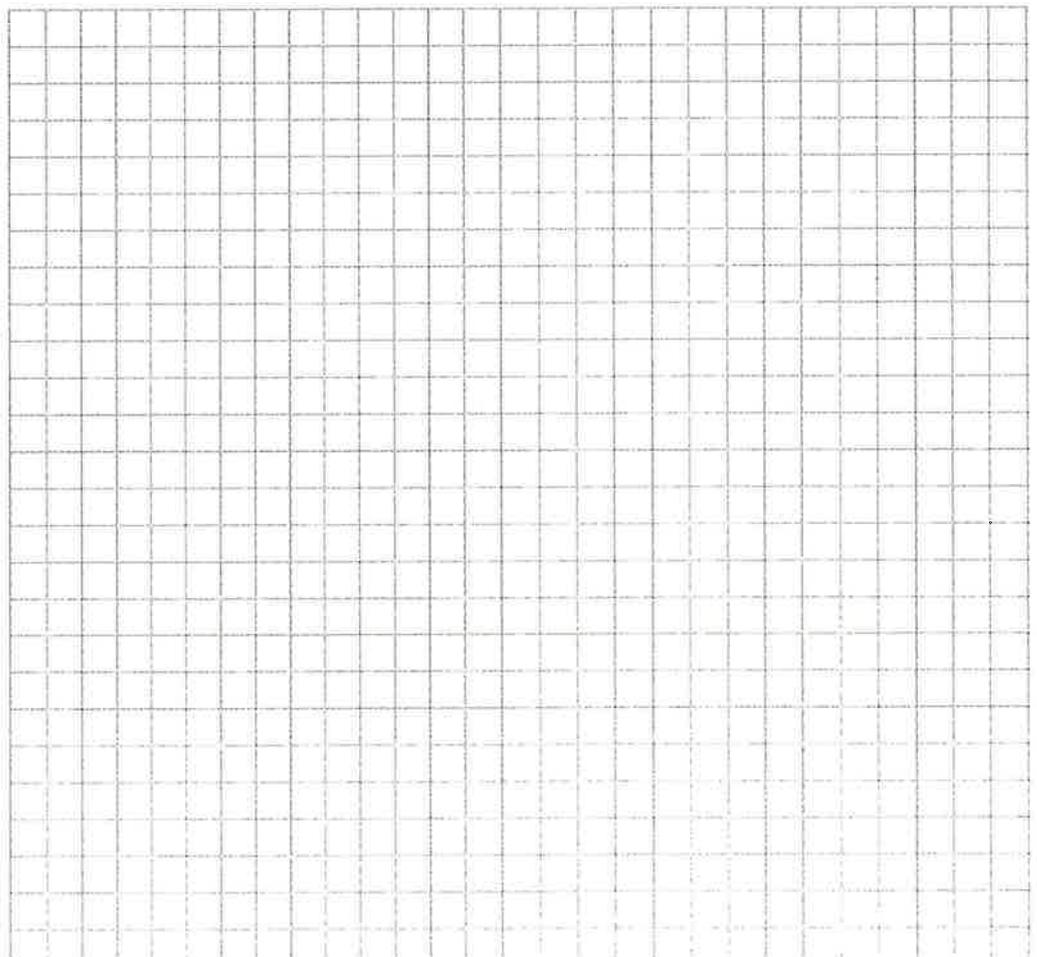
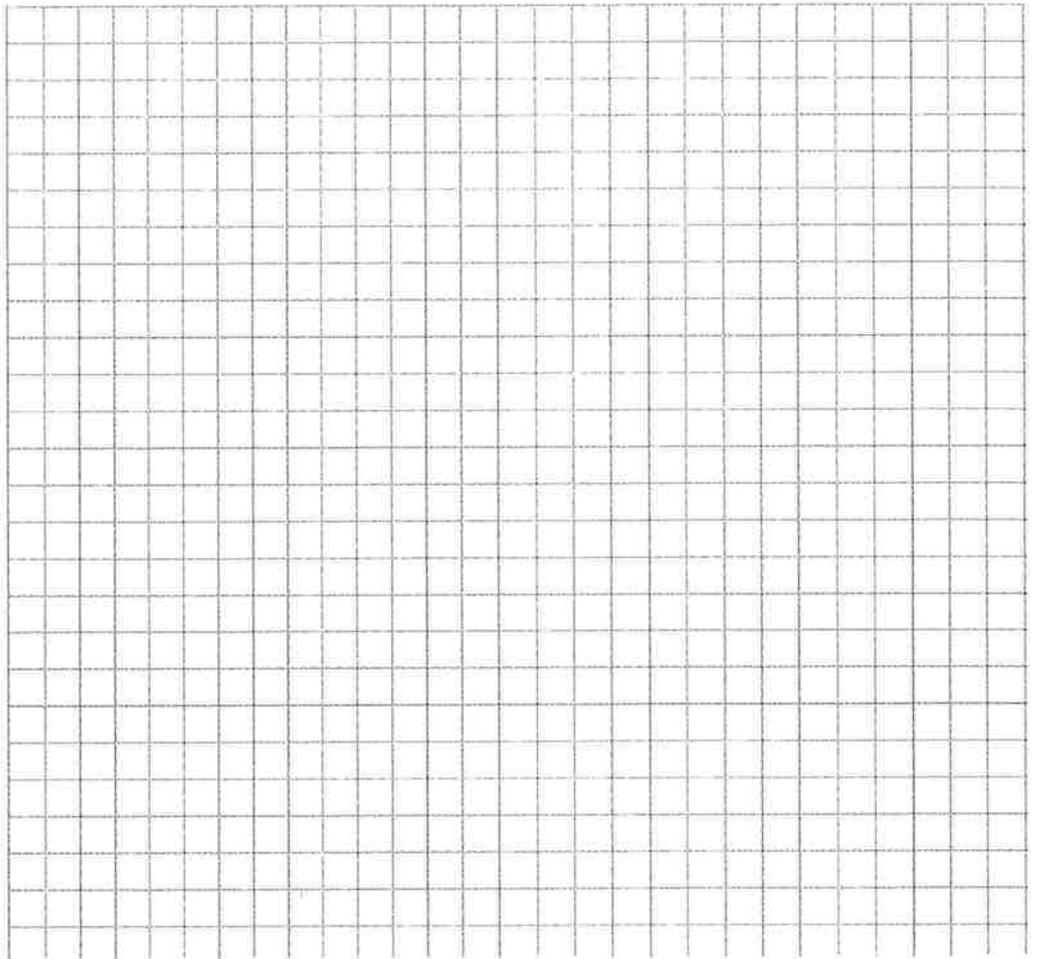
C $\frac{1}{2x} - \frac{3}{4x} + \frac{5}{6} = 0$ $x = 3/10$

D $\frac{x+10}{3x} = \frac{x+8}{5x} + 1$ $x = 2$

E $\frac{x}{x^2-1} = \frac{x+3}{x^2-1}$ nicht lösbar

Theorie

Zahlentheorie

Umformungsreihenfolge
gleichungssysteme (Lösen)

Merkblatt

