Lösungen

1

Die Punkte auf dem Rand können zu Dreiecken verbunden werden. Je zwei Seiten sind Kreisradien. Die dritte Seite ist aufgrund der Faltung gleich lang. Demnach sind die Dreiecke gleichseitig. Sechs gleichseitige Dreiecke bilden zusammen ein regelmässiges Sechseck. Mit der 90°-Drehung entsteht die regelmässige Zwölfereinteilung.

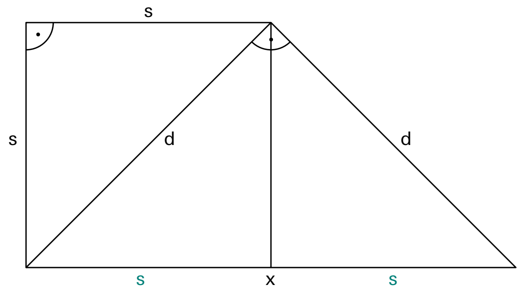
2

A Aussagen 3 und 4 sind richtig. Die Begründungen von Caroline sind jedoch nicht lückenlos geführt. Man könnte sie ergänzen lassen.
(z. B. Aussage 4: Da $5{,}3 \cdot 4$ grösser als 21 ist, ist auch $5{,}3 \cdot 4{,}12$ grösser als 21.)

B Aussage 1 ist richtig. William schreibt die Division als Bruch, dazu erweitert er Zähler und Nenner mit 100.

3

A



Es sind verschiedene Begründungen für $x = 2s$ denkbar:

1. Ansatz zu einer geometrischen Beweisführung:
   Die Figur mit den zwei Dreiecken aus dem Schulbuch wird durch eine Senkrechte durch die Spitze des grossen rechtwinkligen Dreiecks auf die gegenüberliegende Seite x ergänzt. Es zeigt sich dann, dass diese Senkrechte eine Symmetrieachse für das grosse rechtwinklige Dreieck ist, die es in zwei kleinere, kongruente Dreiecke zerlegt. In einem weiteren Schritt zeigt man, dass das dritte (kleine) Dreieck kongruent ist zu den beiden anderen Dreiecken. Daraus folgt dann ohne Weiteres $x = 2s$.

2. Ansatz zu einer pythagoreischen Beweisführung:
   Aus $s^2 + s^2 = d^2$ folgt: $d = s\sqrt{2}$
   Aus $d^2 + d^2 = x^2$ folgt: $x = d\sqrt{2} = s\sqrt{2}\sqrt{2} = 2s$

3. Ansatz zu einer Beweisführung mit Berechnung am Zahlenbeispiel s = 10 cm und mit nachfolgender Verallgemeinerung:

   $s = 10$ cm

   $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{10^2 \cdot 2} = 10 \cdot \sqrt{2}$

   $x = \sqrt{(10 \cdot \sqrt{2})^2 + (s \cdot \sqrt{2})^2} = \sqrt{2 \cdot (10)^2 \cdot (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2 \cdot 10^2 \cdot 2} = \sqrt{4 \cdot 10^2} = 2 \cdot 10$

   Verallgemeinert und für 10 immer s eingesetzt:

   $d = \sqrt{(s \cdot \sqrt{2})^2 + (s \cdot \sqrt{2})^2} = \sqrt{2 \cdot s^2 \cdot (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2 \cdot s^2 \cdot 2} = \sqrt{4 \cdot s^2} = 2 \cdot s$

Lösungen

3

B

Nein, die Behauptung von Alain stimmt nicht.
Das Zeichnen eines Gegenbeispiels ist ausreichend,
z. B. Rechtecke, nicht konvexe symmetrische Vierecke
oder symmetrische Trapeze.

C

Die Behauptung stimmt für konvexe Vierecke, für nicht konvexe Vierecke jedoch nicht.
Die vier Eckpunkte jedes Vierecks sind: Eckpunkt des grossen Vierecks, die Seitenmitten der beiden anliegenden Seiten sowie der Schnittpunkt der Diagonalen.

4

1. Falsch. Ein Dreieck mit den Winkeln $\alpha = 160°$ $\beta = 10°$ $\gamma = 10°$ ist möglich.
2. Falsch. $100^3 = 1\,000\,000$; $101^3 = 1\,030\,301$
3. Richtig. $12 = 3 \cdot 4$ $13 = 1 \cdot 4 + 3 \cdot 3$ $14 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3$ $15 = 3 \cdot 4 + 3$.
   Von 12, 13, 14, 15 lassen sich die Zahlen 16, 17, 18, 19 erreichen, indem eine weitere 4 addiert wird usw.
4. Richtig. $a + (a + 1) + (a + 2) = 3a + 3 = 3(a + 1)$
5. Richtig. Mindestens eine der drei Zahlen ist gerade, eine der drei Zahlen ist ein Vielfaches von 3. Eine gerade Zahl multipliziert mit einem Vielfachen von 3 ergibt ein Vielfaches von 6.
6. Richtig. 2^n ist immer gerade, da das Produkt nur aus geraden Faktoren besteht. Wird 1 subtrahiert, resultiert eine ungerade Zahl.
7. Richtig. Wenn n ungerade ist, ist n^2 ebenso ungerade. Wird dazu die ungerade Zahl n addiert, resultiert eine gerade Summe. Ist n gerade, sind sowohl n^2, n sowie die Summe $n^2 + n$ gerade.
8. Falsch. Jede gerade Zahl grösser als 2 kann nicht prim sein, da sie durch 2 teilbar ist.
9. Falsch. 2 ist eine Primzahl.
10. Falsch. Die Reihe 1, 3, 7, 15, 31, … besteht nicht nur aus Primzahlen (15 und 63 sind keine Primzahlen).
11. Falsch. Tests für die ersten natürlichen Zahlen ergeben 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, …
    Für $n = 41$ resultiert jedoch $1681 = 41^2$.
12. Richtig. $m^3 - m = (m^2 - 1)m = (m + 1)(m - 1)m$. Diese Behauptung wurde schon in Aussage 5 bewiesen.
13. Richtig. Tests für die ersten natürlichen Zahlen ergeben: 1, 9, 49, 169, 441, …
    $x^4 + 2x^2 + 3x^2 + 2x + 1 = (x^2 + x + 1)^2$
14. Richtig. Der 2. und der 4. Summand sind zusammen gleich gross wie der 3. Summand. Die Summanden 2, 3 und 4 ergeben daher zusammen 0. Das Ergebnis ist immer 9.