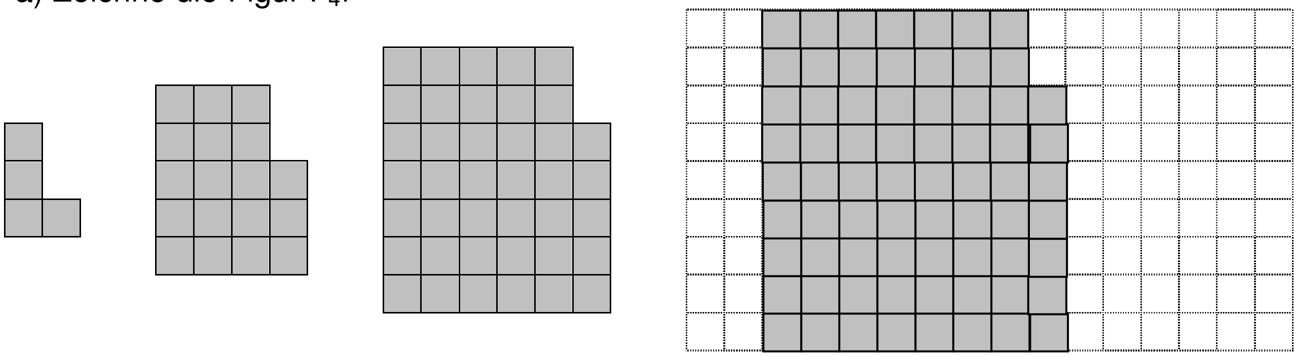
Repetition für JZK

Aufgabe 1

a) Zeichne die Figur F_4!



F_1 F_2 F_3 F_4

b) Vervollständige die Wertetabelle und gib jeweils einen Term!

n	1	2	3	4	5	6	7	Term
q_n = Anz. Quadrate der Figur F_n	4	**18**	**40**	**70**	**108**	**154**	**208**	**$4n^2+2n-2$**
u_n = äusserer Umfang der Figur F_n	10	**18**	**26**	**34**	**42**	**50**	**58**	**$8n+2$**
P_n = Anz. Schnittpunkte im Innern der Figur	0	**10**	**28**	**54**	**88**	**130**	**180**	**$4n^2-2n-2$**

Aufgabe 2 Setze die Zahlenfolgen fort und bestimme den Term T_x für die x-te Zahl!

a)

x	1	2	3	4	5	6	7	Term
T_x	0	3	8	15	24	**35**	**48**	**x^2-1**

b)

x	1	2	3	4	5	6	7	Term
T_x	1	9	25	49	**81**	**121**	**169**	**$4x^2-4x+1$**

Aufgabe 3 Berechne diese Summen!

a) 6 + 11 + 16 + … + 101 = **1070**

b) 101 + 102 + … + 300 = **40’100**

c) 2.01 + 2.02 + 2.03 + … + 3 = **250.5**

Aufgabe 4 In einer Folge von 5 Zahlen ist jede Zahl doppelt so gross wie die vorangehende. Die Summe der fünf Zahlen ist 186. Wie gross ist die kleinste Zahl?

x + 2x + 4x + 8x + 16x = 186

x = 6

Aufgabe 5 Löse die Gleichungen!

a) $(x + 3)(x – 5) = 6(x – 2) + (x – 1)(x + 1)$ **x = – 0.25**

b) $(x + 1)(x – 8) = (x + 4)^2$ **x = – 1.6**

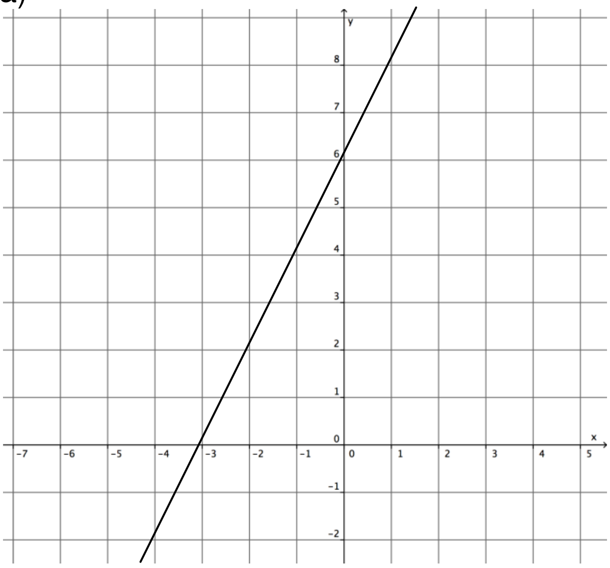
Aufgabe 6 Bestimme a so, dass die folgende Gleichung allgemeingültig ist.

$x = (7 – a) \cdot x$ a = **6**

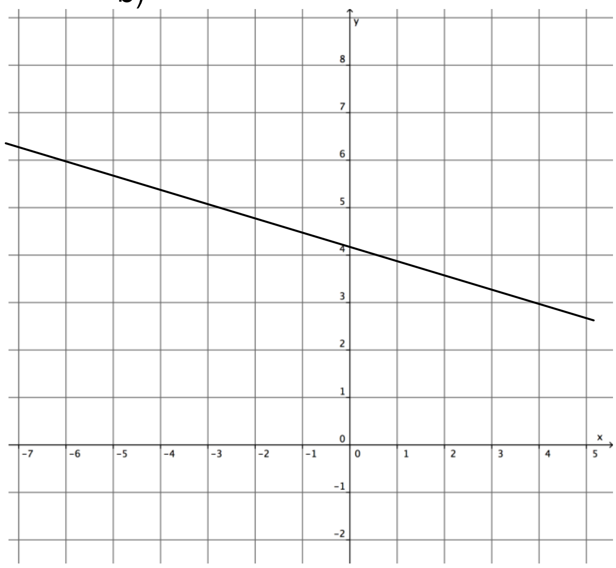
Aufgabe 7 Zeichne die Geraden und berechne die Geradengleichung aus den 2 Punkten.

a) g_1: A (-4/-2), B(1/8)
b) g_2: C (4/3), D (-6/6)

a)



b)

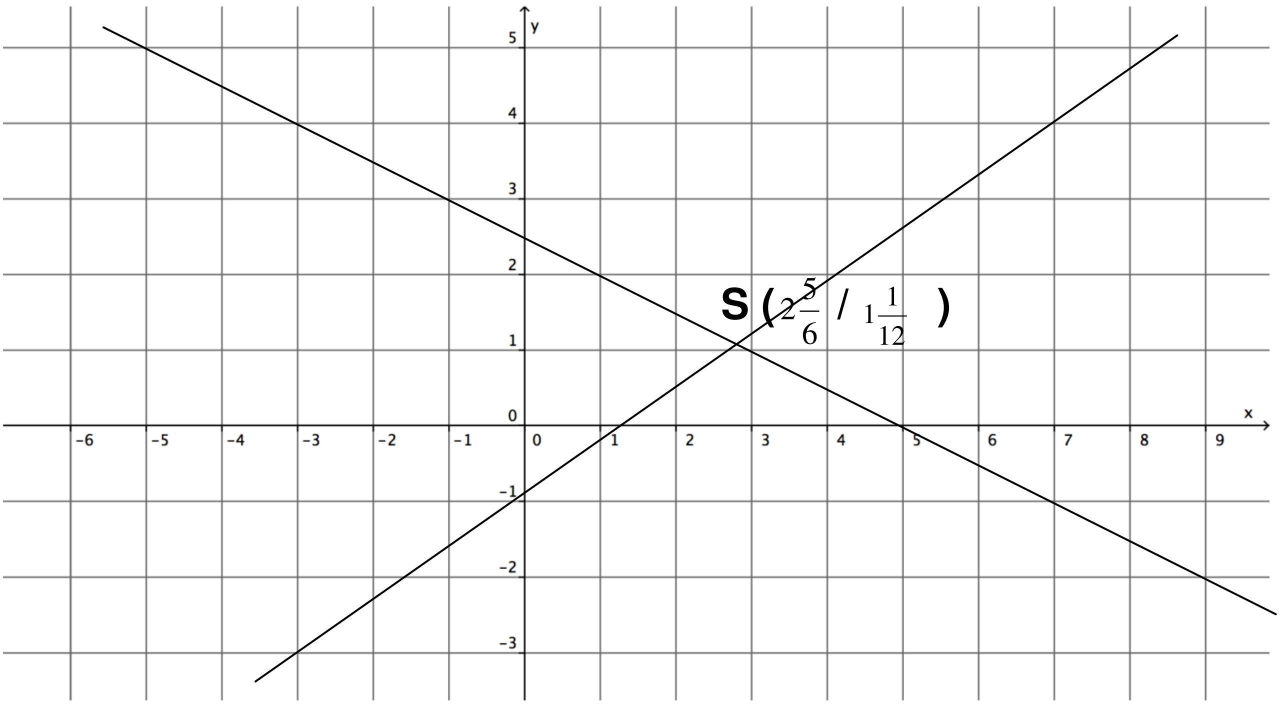


g_1: **y = 2x + 6**

g_2: **y = - 0.3x + 4.2**

Aufgabe 8 Zeichne die Geraden, lies den Schnittpunkt S genau ab und berechne den Schnittpunkt der Geraden g_1 und g_2.

g_1: A (7/4), B(-3/-3) g_2: C (-5/5), D (9/-2)



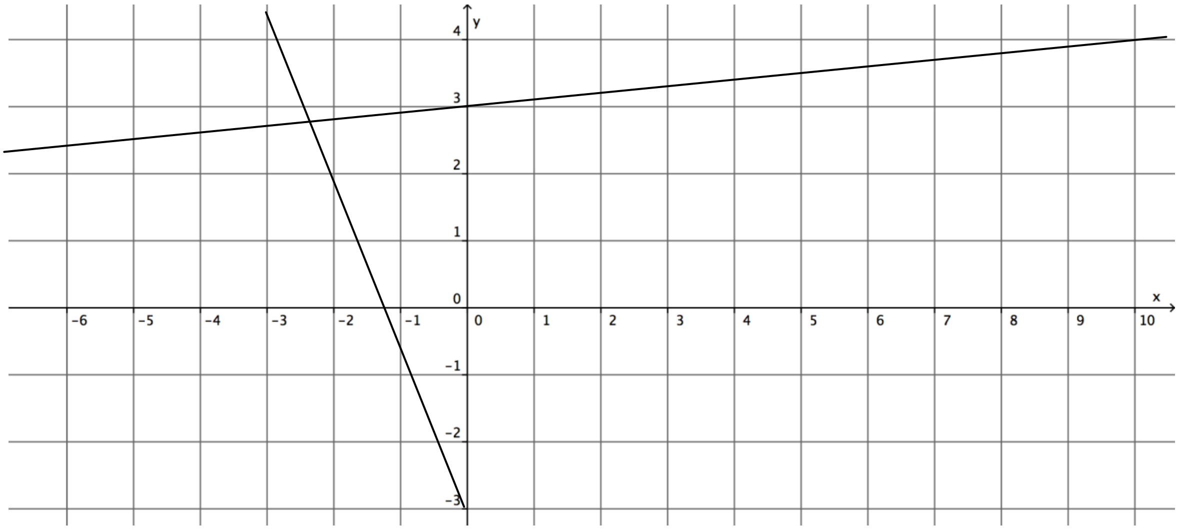
Aufgabe 9 Berechne die Schnittpunktkoordinaten der Geraden!

a) g_1: y = 2x -200 **S(310 / 420)**
g_2: y = 1.5x – 45

b) g_1: y = $\frac{2}{3}x + 2$ **S(324 / 218)**
g_2: y = -218x + 70850

Aufgabe 10 a) Zeichne die Geraden ein und lies die Koordinaten des Schnittpunktes möglichst genau ab.

g_1: y = 0.1x + 3 und g_2: y = -2.5x – 3 S (**- 2.3** / **2.8**)



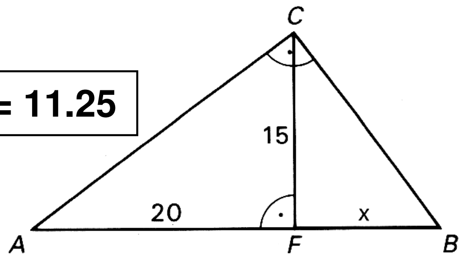
b) Berechne den Schnittpunkt

S ($-2\frac{4}{13}$ / $2\frac{10}{13}$ **)**

Aufgabe 11 Berechne die gesuchten Strecken x!

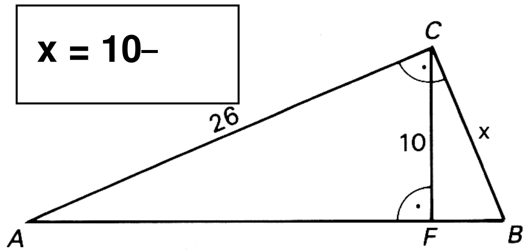
a)

x = 11.25

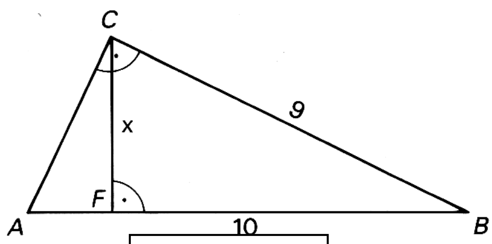


b)

x = 10–

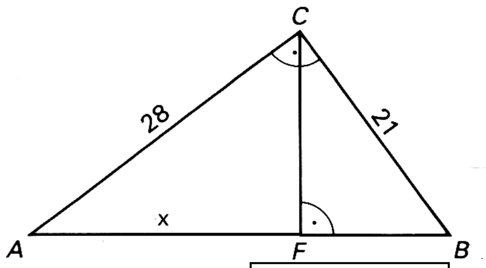


c)



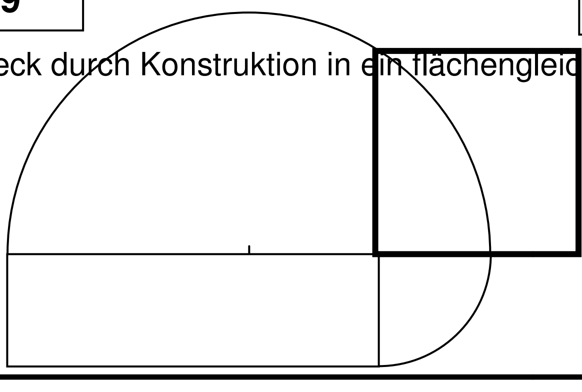
x = 3.9

d)



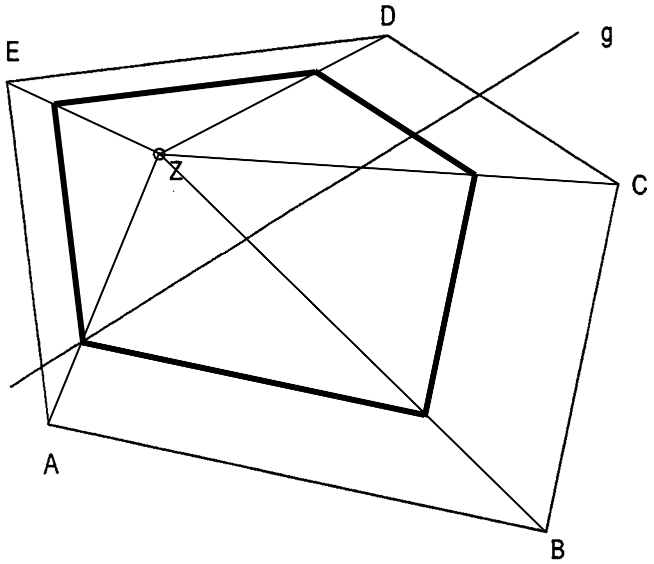
x = 22.4

Aufgabe 12 Verwandle das Rechteck durch Konstruktion in ein flächengleiches Quadrat!

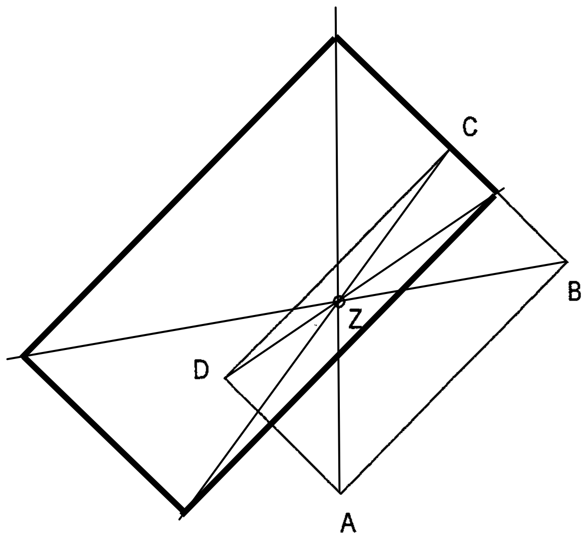


Aufgabe 13 Konstruiere die Bildfigur durch zentrische Streckung, so dass …

a) A‘ auf die Gerade g zu liegen kommt.



b) D‘ auf die Strecke $\overline{BC}$ zu liegen kommt.

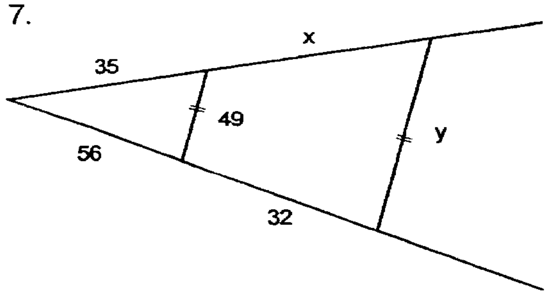


Streckungsfaktor: ca. **0.7**

Faktor: **-1.3 oder -1.4**

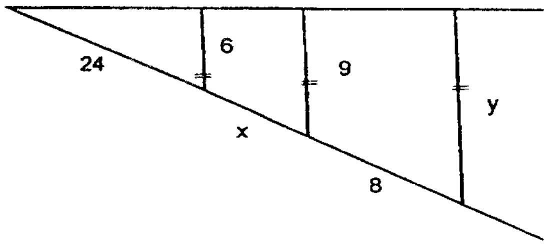
Aufgabe 14 Berechne die gesuchten Strecken!

7.



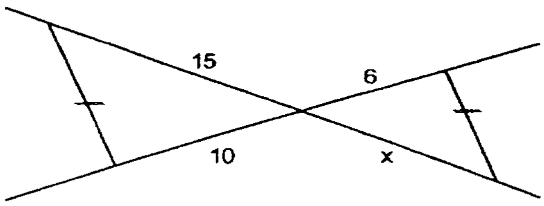
x = **20** y = **77**

8.



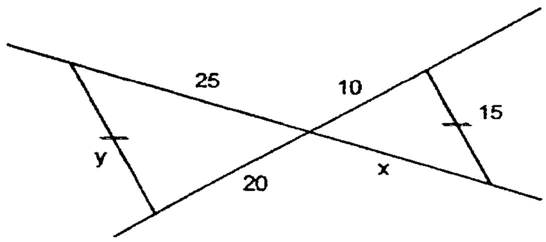
x = **12** y = **11**

10.



x = **9**

11.



x = **12.5** y = **30**

Aufgabe 15 Ein Quader hat die Masse a = 4 cm, b = 6 cm und c = 7 cm.

a) Berechne seine Oberfläche und sein Volumen!

S = 2 · 4cm · 6cm + 2 · 4cm · 7cm + 2 · 6cm · 7cm = 188 cm²

V = 4cm · 6cm · 7cm = 168 cm³

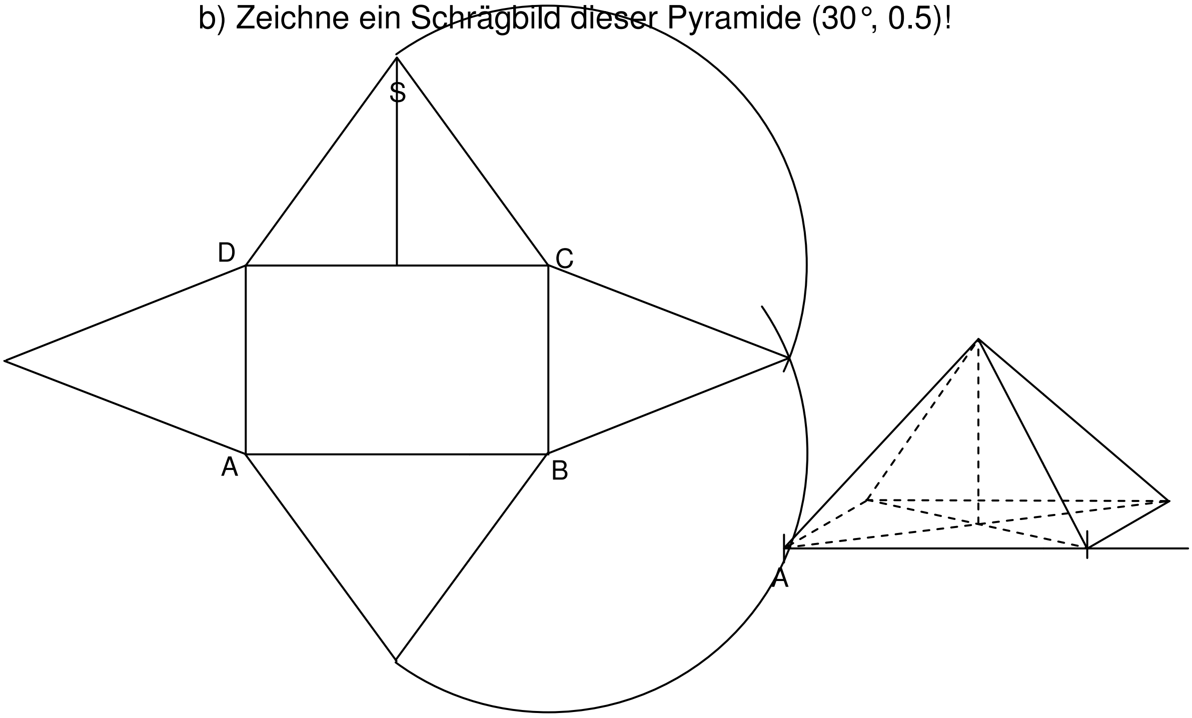
b) Ein ähnlicher Quader ist 2.5-mal höher als der oben beschriebene Quader. Berechne Oberfläche und Volumen!

$S = (2.5)^2 \cdot 188cm^2 = 1175\ cm^2$

$V = (2.5)^3 \cdot 168cm^3 = 2625\ cm^3$

c) Ein anderer Quader ist auch ähnlich zum ersten Quader und hat ein Volumen von 21 cm^3. Berechne die Oberfläche, sowie Länge, Breite und Höhe!
a = 2 cm, b = 3 cm, c = 3.5 cm
S = 47 cm^2

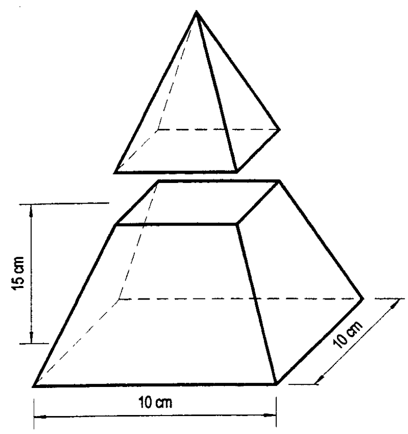
Aufgabe 16 a) Vervollständige das Netz der geraden Pyramide!
b) Zeichne ein Schrägbild dieser Pyramide (30°, 0.5)!



Aufgabe 17 Eine gerade Pyramide wird auf halber Höhe parallel zur Grundfläche in zwei Teile geschnitten. (Siehe Zeichnung)
a) Berechne Oberfläche und Volumen der abgesägten Spitze!

V = 125 cm^3; S = 177.1 cm^2

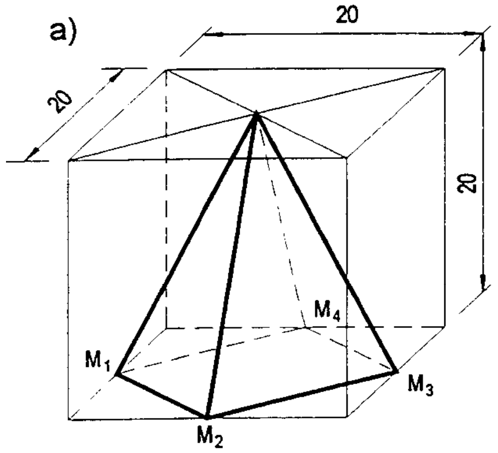
b) Berechne Oberfläche und Volumen des Pyramidenstumpfes!



V = 875 cm^3
S = 581.2 cm^2

Aufgabe 18 Berechne die Oberfläche und das Volumen der im gegebenen Würfel, bzw. Quader eingezeichneten Pyramide (M = Kantenmitte, Masse in cm)

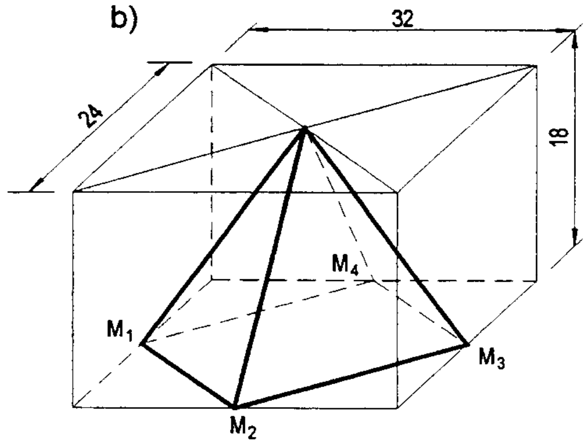
a)



O = **800 cm²**

V = **1333.3 cm³**

b)



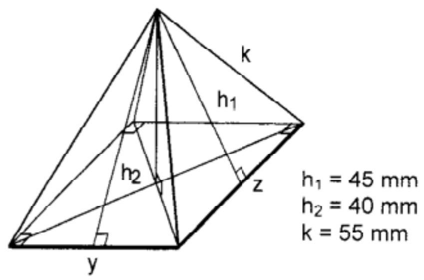
O = **1207.7 cm²**

V = **2304 cm³**

Aufgabe 19 Das Volumen einer geraden, quadratischen Pyramide mit 7 dm Höhe beträgt 47.25 dm³. Berechne die Oberfläche!

a = 4.5 dm; S = 86.4 dm²

Aufgabe 20 Berechne die Kantenlängen y und z!



z = 63.2 cm
y = 75.5 cm

Aufgabe 21 Bestimme die Anzahl möglicher Tipps bei folgenden Spielarten.

	… aus 5	… aus 6	… aus 8	… aus 10	… aus 15
3	**10**	**20**	**56**	**120**	**455**
4	**5**	**15**	**70**	**210**	**1365**
5	**1**	**6**	**56**	**252**	**3003**
6		**1**	**28**	**210**	**5005**
7			**8**	**120**	**6435**

Aufgabe 22 a) Wie viele verschiedene Tipp-Möglichkeiten gibt es beim Lotto „5 aus 50“?

2‘118‘760 Möglichkeiten

b) Berechne unter diesen Tipps die Anzahl Fünfer, Vierer, Dreier, Zweier, Einer und Nuller! Gib jeweils auch die Wahrscheinlichkeit in % an!

5er: 1 → **0.00005 %**
4er: 225 → **0.01 %**
3er: 9‘900 → **0.47 %**
2er: 141‘900 → **6.7 %**
1er: 744‘975 → **35.2 %**
0er: 1‘221‘759 → **57.7 %**

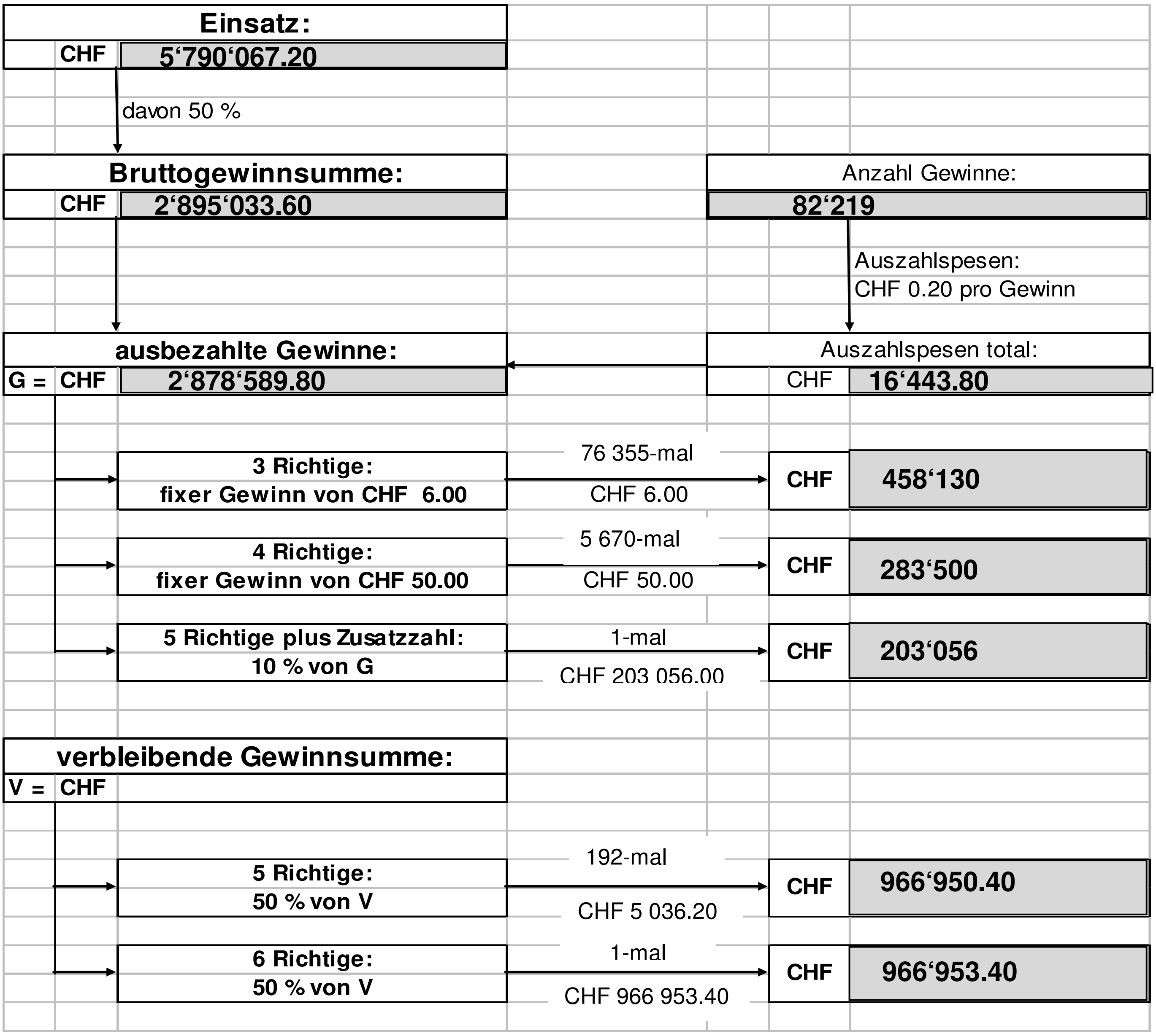
Aufgabe 23 Beim Lottospiel mit dem Modus „4 aus 6“ (1, 2, 3, 4, 5, 6) gibt es 15 verschiedene Tipp-Möglichkeiten. Notiere diese Möglichkeiten in die Felder!

1234	**1235**	**1236**	**1245**	**1246**	**1256**	**1345**	**1346**
1356	**1456**	**2345**	**2346**	**2356**	**2456**	**3456**	

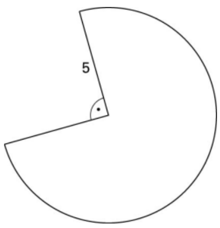
Aufgabe 24 Bei einer Ziehung (Swiss Lotto) wurden folgende Gewinne ausbezahlt:

1	Sechser	zu CHF	966'953.40
1	Fünfer plus ZZ	zu CHF	203'056.00
192	Fünfer	zu CHF	5’036.20
5’670	Vierer	zu CHF	50.00
76'355	Dreier	zu CHF	6.00

Fülle aufgrund dieser Angaben die grauen Felder aus. Ungerade Beträge werden jeweils auf die nächsten 20 Rp. abgerundet.



Aufgabe 25 Aus dem gezeichneten Kreissektor wird ein Kegel geformt.



a) Wie gross ist seine Mantelfläche?
b) Wie gross ist seine Standkreisfläche?
c) Berechne sein Volumen!

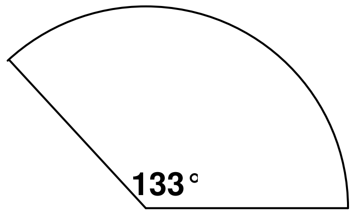
a) $M = 58.9\ cm^2$
b) $A = 44.2\ cm^2$
c) $V = 48.7\ cm^3$

Aufgabe 26 Berechne die fehlenden Grössen eines geraden Kreiskegels! (α : Winkel des Netzsektors)

	r	h	V	s	M	S	α
a)	8 cm	15 cm	**1005.3 cm³**	**17 cm**	**427.3 cm²**	**628.3 cm²**	**169.4°**
b)	**9 cm**	12 cm	1017.36 cm³	**15 cm**	**424 cm²**	**678.3 cm²**	**216°**
c)	**7 m**	**24 m**	**1230.3 m³**	25 m	549.5 m²	**703.3 m²**	**100.7°**
d)	**3.6 cm**	**2.7 cm**	**36.6 cm³**	4.5 cm	**50.9 cm²**	**91.6 cm²**	288°

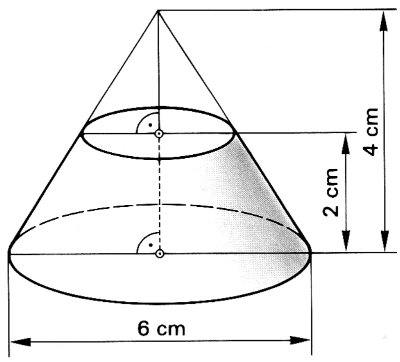
Aufgabe 27 Ein kegelförmiger Blechtrichter soll bei einer Weite von 14 cm ein Volumen von 900 cm^3 bekommen. Wie ist das dafür notwendige Blechstück zuzuschneiden? Skizziere und gib die notwendigen Masse an.

$h = 17.5$ cm
$s = 18.9$ cm
$\alpha = 133°$

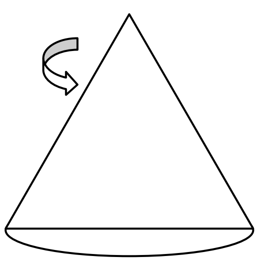


Aufgabe 28 Ein gerader Kreiskegel wird parallel zur Grundfläche entzweigeschnitten.
a) Berechne das Volumen des unteren Kegelstumpfes!
b) Berechne die Oberfläche des Kegelstumpfes!

$V = 37.699\ldots\ cm^3 - 4.71\ldots\ cm^3 = 33.0\ cm^3$
$s = 5$ cm
$S = 70.7\ cm^2$



Aufgabe 29 Ein gleichseitiges Dreieck ABC rotiert um die Höhe h_c. Berechne Volumen und Oberfläche des entstandenen Rotationskörpers (= Kegel), wenn AB = 20 cm.



$h = 17.32...$ cm
$V = 1813.8\ cm^3$
$S = 942.5\ cm^2$

Aufgabe 30 Berechne die fehlenden Tabellenwerte, welche zu Kugeln gehören (π aus TR, runde auf ganze cm, cm^2, cm^3).

	r	d	S	V
a)	54 mm	**11 cm**	**366 cm^2**	**660 cm^3**
b)	**24 cm**	48 cm	**7‘238 cm^2**	**57‘906 cm3**
c)	**43 cm**	**87 cm**	235.781 dm^2	**340‘437 cm^3**
d)	**62 cm**	**125 cm**	**49‘002 cm^2**	1.02 m^3

Aufgabe 31 Eine Orange hat einen Durchmesser von 7.5 cm. Welche Fläche kann man mit ihrer Schale auf dem Tisch ausgelegt abdecken? (Runde auf eine Dezimale.)

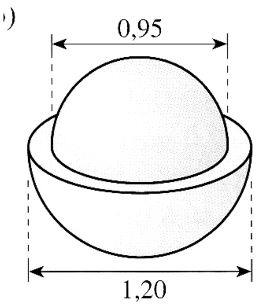
S = 176.7 cm^2

Aufgabe 32 Kleine Bleikugeln mit dem Radius r = 3 mm werden zusammengeschmolzen und zu einer grösseren Kugel gegossen. Wie viele kleine Kugeln werden benötigt, wenn die grosse Kugel die 900fache Oberfläche einer kleinen Kugel aufweisen soll? (Runde auf ganze Kugeln.)

S_{kl} = 113.09... cm^2 **S_{gr} = 101’787.60... cm^2**
r_{gr} = 90 cm
V_{gr} = 3’053’628.05... cm^3 **V_{kl} = 113.09... cm^3**
V_{gr} : V_{kl} = 27’000 **Es werden 27’000 kleine Kugeln benötigt.**

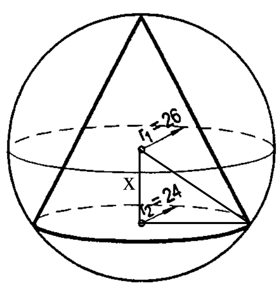
Aufgabe 33 Berechne Oberfläche und Volumen von folgenden Körpern. Runde auf ganze cm^2 bzw. cm^3.

a)



Masse in m.
V = 676‘850 cm^3
S = 41‘017 cm^2

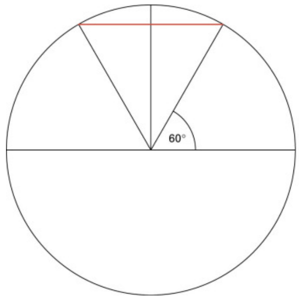
b)

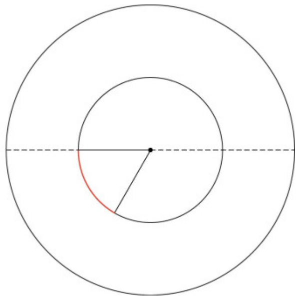


Masse in cm.

x = 10 cm
V = 21‘715 cm^3
s = 43.26… cm
S = 5‘072 cm^2

Aufgabe 34 a) Wie lang ist der kürzeste Weg von einem Punkt auf dem Breitenkreis 60° Nord zum Nordpol? Erdumfang: 40‘000 km
b) Wie viele Längengrade würden mit dieser Distanz überquert, wenn man gleich weit auf dem 60°-Breitenkreis wandern würde?

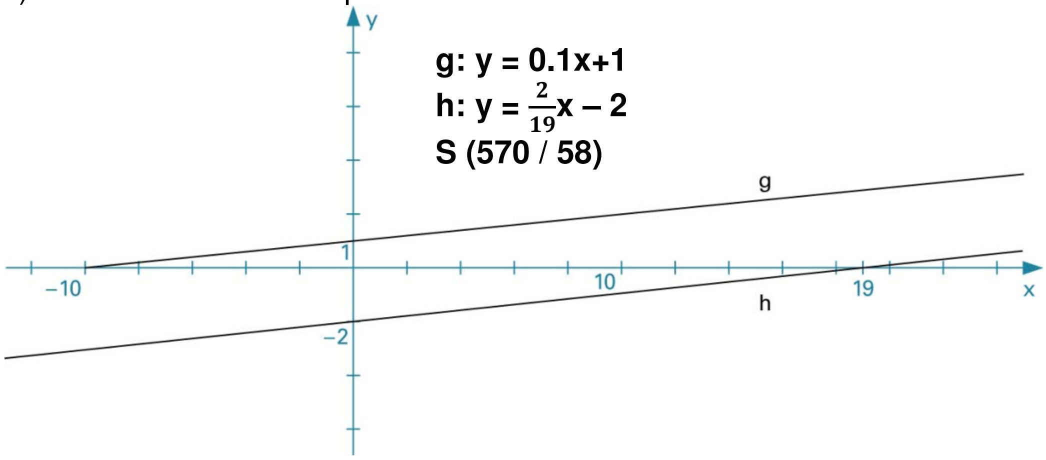




a) 3’333.3 km

b) 60 Längengrade

Aufgabe 35 a) Notiere die Gleichungen zu den beiden Geraden g und h.
b) Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.



g: $y = 0.1x+1$
h: $y = \frac{2}{19}x - 2$
S (570 / 58)

Aufgabe 36 Bestimme die Lösungen der Gleichungen!

a) $3x + \frac{100}{x} = 7x$

$3x^2 + 100 = 7x^2$
$100 = 4x^2$
$25 = x^2$
$x = 5$ oder $x = -5$

b) $\frac{x}{3} + \frac{30}{x} = \frac{7x}{6}$

$2x^2 + 180 = 7x^2$
$180 = 5x^2$
$36 = x^2$
$x = 6$ oder $x = -6$

c) $\frac{2y}{y-4} = \frac{y}{2}$

$4y = y^2 - 4y$
$0 = y^2 - 8y$
$0 = y(y-8)$
$y = 8$ oder $y = 0$

d) $\frac{2x-1}{2+x} = \frac{1}{6}$

$12x - 6 = 2 + x$
$11x = 8$
$x = \frac{8}{11}$

e) $\frac{3x-12}{16-4x} = -\frac{3}{4}$

$3x - 12 = -12 + 3x$
$3x = 3x$
$x = x$
allgemein gültig
ohne 4

f) $\frac{16x-24}{15-10x} - 3 = -\frac{23}{5}$

$\frac{8(\cancel{2x-3})}{-5(\cancel{-3+2x})} - \frac{15}{5} = -\frac{23}{5}$
$-8 - 15 = -23$

allgemein gültig
ohne 1.5

Aufgabe 37 Bestimme a in der Gleichung $\frac{5x}{6-3x}=a$, sodass die angegebene Lösung für x entsteht.

a) x = 1 **a =** $\frac{5}{3}$

b) x = –2 **a =** $-\frac{5}{6}$

c) x = 0 **a = 0**

d) x = 2 **verboten: Nenner darf nicht 0 sein.**

e) unlösbare Gleichung **a =** $-\frac{5}{3}$

Aufgabe 38 Subtrahiere vom Nenner des Bruchs $\frac{3}{5}$ eine unbekannte Zahl und addiere zum Zähler das Dreifache der unbekannten Zahl, so erhältst du $\frac{2}{5}$.

Wie heisst die unbekannte Zahl?

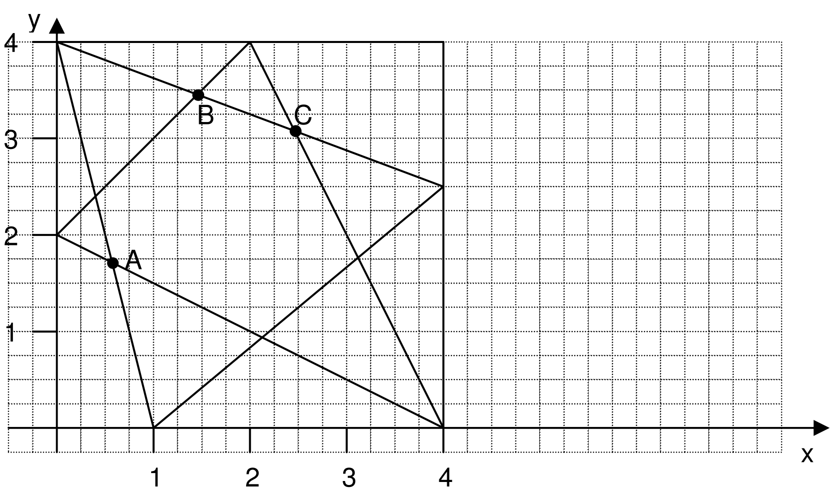
$\frac{3+3x}{5-x}=\frac{2}{5}$

15 + 15x = 10 – 2x

17x = -5

x = $-\frac{5}{17}$

Aufgabe 39 Berechne die Koordinaten der Punkte A, B und C!



A) **y = -4x + 4**
y = -0.5x + 2
-4x + 4 = -0.5x + 2
2 = 3.5x
x = $\frac{4}{7}$
A $(\frac{4}{7}\ /\ \frac{12}{7})$

B) **y = x+2**
y = -0.375x + 4
x+2 = -0.375x + 4
1.375x = 2
11x = 16
B $(\frac{16}{11}\ /\ \frac{38}{11})$

C) **y = -0.375x + 4**
y = -2x + 8
-0.375x + 4 = -2x + 8
1.625x = 4
13x = 32
C $(\frac{32}{13}\ /\ \frac{40}{13})$

Aufgabe 40 Im Jahr 2000 fuhren pro Tag 200 Lastwagen über den Alpenpass. Im Jahr 2010 fuhren pro Tag 2% mehr Lastwagen über den Pass.

a) Wie viele Lastwagen mehr fuhren im Jahr 2010 über den Pass?

pro Tag: 4 Lastwagen mehr

Im ganzen Jahr macht das 1460 Lastwagen mehr.

b) Wenn das Wachstum so weiter geht, wie viele Lastwagen fahren dann im Jahr 2100 über den Pass?

200 · 1.02^{10} = 243.798… Lastwagen pro Tag

88‘987 Lastwagen im Jahre 2100.

Aufgabe 41 Im Jahr 1970 zahlte man für 1kg Kaffee etwa 10 Franken. Jährlich wuchs der Preis um 2%.

a) Wie hoch war dann der Preis für 1kg Kaffee im Jahre 2000? (Runde auf 1 Stelle)

$10 \cdot 1.02^{30} = 18.10$ Fr.

b) Wie hoch ist der Preis heute (2008) ?

$10 \cdot 1.02^{38} = 21.20$ Fr.

Aufgabe 42 Vom Material X zersetzt sich pro Monat ein Anteil von 12 %.
Das heisst: Nach einem Monat sind noch 88 % = 0.88 vom anfangs vorhandenen Material vorhanden.
Wie lange dauert es, bis noch 50 % „aktives Material" vorhanden ist?

$100 \cdot 0.88^n = 50$ durch probieren: n = 5.42, also nach 5 Monaten und ca. 13 d

Aufgabe 43 Herr Zahner zahlte auf ein Sparheft 5000 Fr., 6 Jahre später weitere 7000 Fr. und weitere 4 Jahre später 8000 Fr. ein. Wie hoch ist sein gesamtes Spar-Guthaben 15 Jahre nach der ersten Einzahlung, wenn der Zinssatz immer 3.5% war?

$((5000 \cdot 1.035^6 + 7000) \cdot 1.035^4 + 8000) \cdot 1.035^5 = 27'418.50$ Fr.

Aufgabe 44 In einer Bakterienkultur befinden sich 150 Bakterien. Jedes Bakterium teilt sich in 20 Minuten. Nach 20 Minuten sind es also 300 Bakterien, nach 40 Minuten 600, usw.

a) Berechne die Anzahl Bakterien nach 2 h, 4 h, 6 h, 10 h, 20 h und 30 h, wenn die Entwicklung so weiter ginge.

b) 10 Bakterien haben einen Platzbedarf von 10^{-12} cm^3. Wie gross wäre der theoretische Platzbedarf mit den in Aufgabe a) berechneten Bakterienmengen? Achte auf die vorgegebenen Masse.

Zeit	2 h	4 h	6 h	10 h	20 h	30 h
Anz. Bakterien	**9'600**	**614'400**	**39'321'600**	**$1.61 \cdot 10^{11}$**	**$1.73 \cdot 10^{20}$**	**$1.86 \cdot 10^{29}$**
Platzbedarf	**$9.6 \cdot 10^{-10}$ cm^3**	**$6.14 \cdot 10^{-8}$ cm^3**	**$3.9 \cdot 10^{-6}$ cm^3**	**0.016 cm^3**	**17.3 m^3**	**18.6 km^3**

Aufagbe 45 In lebendem organischen Material kommt Kohlenstoff in den Isotopen C12 und C14 im Verhältnis 10^{12} : 1 vor. Sobald der Tod eintritt, zersetzt sich das radioaktive C 14. Der C 14 Anteil halbiert sich innert 5730 Jahren. Dies entspricht einem Zerfall von ca. 0.012% pro Jahr. Vor wie vielen Jahren ist ein Mann gestorben, dessen Skelett einen C 14 – Anteil von 70 % aufweist?

2 Lösungswege:

a) $0.5^n = 0.7$; n = Anzahl Halbwertszeiten durch probieren = 0.515

→ $0.515 \cdot 5730$ = <u>2'951 Jahre</u> (genauer: 2'949)

b) $100 \cdot (1 – 0.00012)^n = 70$; n = Anzahl Jahre durch probieren = <u>2972 Jahre</u>