LU 2.18 Produkte von Binomen

Ich kann

- die 3 binomischen Formeln mit Variabeln angeben und mit Malkreuzen (und dem Rechtecksmodell) veranschaulichen
- die binomischen Formeln beim Rechnen mit Zahlen anwenden z.B. $58^2=(60-2)^2$
- Terme umformen (Summenterme in Produktterm und umgekehrt)
- Produktterme ausmultiplizieren und wo möglich Summenterme ausklammern (faktorisieren)
- das Ausklammern an geometrischen Objekten anwenden.
- die binomischen Formeln in Form des Summenterms und in Form des Produktterms erkennen.
- entscheiden, ob sich ein Term faktorisieren lässt.
- die drei Formen des Faktorisierens nennen und sie anwenden
- Terme wo möglich als Summen und als Produkte nennen.
- Summenterme durch Ausklammern oder mithilfe der binomischen Formeln faktorisieren.
- Terme durch Ausprobieren und Überlegen faktorisieren.
-

Abgeben vor der Prüfung

- vollständig ausgefülltes und sauber geführtes Dossier
- eingeklebte Arbeitsblätter aus dem Arbeitsbuch inklusive aller dazu gemachten Notizen
- Selbstgestaltetes Merkblatt zur Lernumgebung
- vollständige gelöste Probeprüfung
- zusätzlich gelöste Blätter

Weitere Lernlinks sind zu finden auf
http://schule.omr.ch/ru & http://www.mathbuch.info & http://mathe.omr.ch

---

2. Sekundarklasse Name Vorname Klasse
Dossierkontrolle vom

Kriterien	Beschreibung	Bewertung & Bemerkungen
Abgabetermin	Vor der Prüfung abgegeben	
Vollständigkeit	Alle Texte, Aufgaben, Figuren und Grafiken sowie die Probeprüfung und Zusatzblätter sind vollständig	
Sauberkeit	Sauberes und gleichmässiges Schriftbild mit einheitlichem Stift, Keine Flecken, Eselsohren, Saubere Korrekturen	
Merkblatt	Ausgefüllt	
Zusatzaufgaben		

Bemerkungen

Unterschrift der Eltern

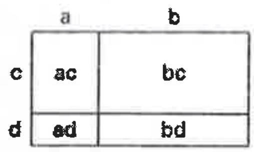
Produkte von Binomen

Merke

Binome sind Terme, die eine Summe mit zwei Summanden beschreiben Terme der Form (a+b), (c - 2d), (s^2+4) sind Binome. Produkte von Binomen können auch als Summen geschrieben werden.

Studiere diese Darstellung und versuche zu verstehen!

Flächenmodell



Buchstabenterme

$(a+b)(c+d) = \underline{ac} + \underline{ad} + \underline{bc} + \underline{bd}$

Produktterm **Summenterm**

Zahlenterme

$32 \cdot 45 =$

$30 \cdot 40 + 30 \cdot 5 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 5 =$

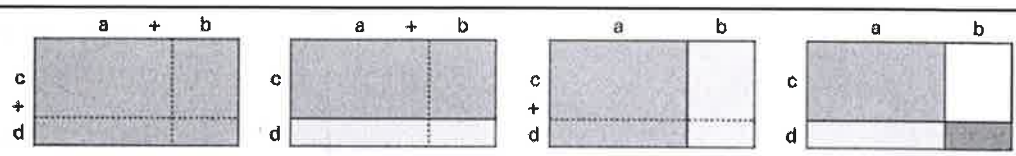
1440

1. Aufgabe

Ordne korrekt zu.

Modell	Flächenmodell	Buchstabenterm	Zahlenterm
~~1~~	1	2	~~3~~ 4
~~2~~	2	3	1
3	3	4	2
4	4	1	3

Flächenmodell – Buchstabenterm - Zahlenterm



Modell 1 Modell 2 Modell 3 Modell 4

Buchstabenterm 1
ac ■ ad ■ bc ■ bd (Summenterm)

Buchstabenterm 2
(a + b) ■ (c + d) (Produktterm)

Buchstabenterm 3
(a + b)c ■ (a + b)d (Summenterm)

Buchstabenterm 4
a(c + d) ■ b(c + d) (Summenterm)

Zahlenterm 1 $30 \cdot 45 + 2 \cdot 45$

Zahlenterm 2 $32 \cdot 40 + 32 \cdot 5$

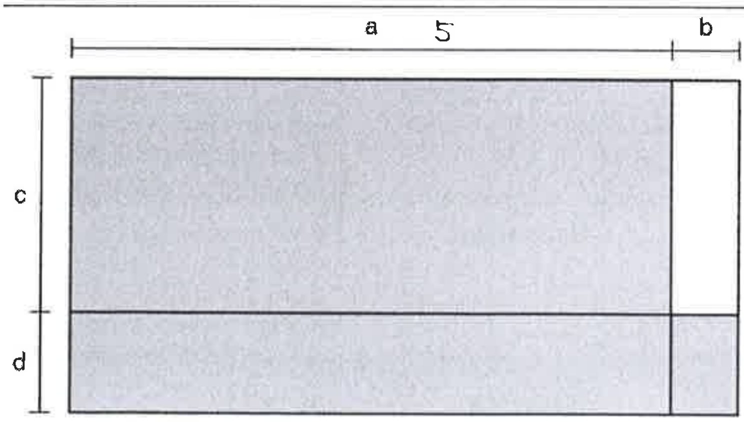
Zahlenterm 3 $30 \cdot 40 + 30 \cdot 5 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 5$

Zahlenterm 4 $(30 + 2) \cdot (40 + 5)$

2. Aufgabe

Der Flächeninhalt des ganzen Recktecks misst

A = (a+b)•(c+d) = (a+b)(c+d)



Bestimme für a, b, c und d Zahlen so, dass der grau gefärbte Inhalt 40 beträgt. (1)

Bestimme für a, b, c und d Zahlen so, dass der grau gefärbte Inhalt 100 beträgt. (2)

Gib den grauen Inhalt nur mit den Buchstaben a, b, c und d an.

$a \cdot (c+d) + b \cdot d$

$= ac + ad + bd$

$= (a+b) \cdot (c+d) - bc$

(1) 48 − 8

$8 \cdot 6 - 2 \cdot 4 = 40 \Rightarrow a = 6, b = 2, c = 4, d = 2$

54 − 14

$9 \cdot 6 - 7 \cdot 2 = 40 \Rightarrow a = 2, b = 7, c = 4, d = 2$

(2) 121 − 21

$11 \cdot 11 - 3 \cdot 7 = 100 \Rightarrow a = 8; b = 3; c = 7; d = 4$

Merke

Summenterm und Produktterm

Summenterm	**Produktterm**
$24a + 8b$	$8(3a + b)$
(zuerst Produkt, dann Summe)	(zuerst Summe, dann Produkt)

3. Aufgabe

Schreibe die Summenterme wenn möglich als Produktterme durch Ausklammern ganzer Zahlen oder von Termen mit ganzen Zahlen.

Beispiel:

$5x - 10 = 5 \cdot (x-2)$

Ausklammern

Term 1	$18x + 6y = 6\cdot(3x+y)$	Term 2	$x^2 + 5x = x\cdot(x+5)$
Term 3	$10y - 2y = 2y\cdot(5-1)$	Term 4	$5x + 6y = 1\cdot(5x+6y)$
Term 5	$2x + 5 = 1\cdot(2x+5)$	Term 6	$-12 + 4x = 4\cdot(-3+1x)$

Term 7 $6xy - 3y + xy = y(6x - 3 + x)$

Term 8 $12x^2 - 12x + xy^2 = x\cdot(12x - 12 + y^2)$

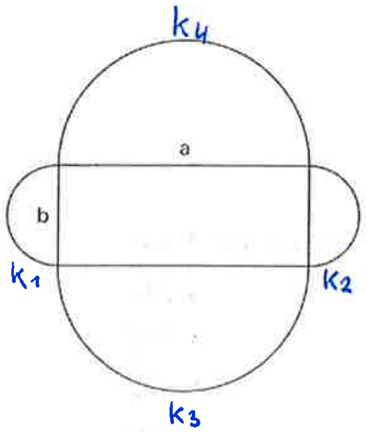
Term 9 $3x + 9 + xy = 1\cdot(3x + 9 + xy)$

Woran erkennst du, welche Summenterme man durch Ausklammern als Produktterm schreiben kann? Notiere in ganzen Sätzen.

Individueller Text!

4. Aufgabe

Schreibe



Behauptung

Wenn Halbkreise ein Rechteck einschliessen, so haben diese Halbkreise zusammen eine Länge von

U = Pi • (a + b)

a) Zeige, dass diese Behauptung stimmt.
b) Stimmt diese Behauptung auch bei einem Quadrat?
c) Wie ist es bei einem Dreieck?
d) Wie ist es bei einem Parallelogramm?

a) $\left.\begin{array}{l} k_1 + k_2 = b\cdot\pi \\ k_3 + k_4 = a\cdot\pi \end{array}\right\} \underline{\underline{a\cdot\pi + b\cdot\pi = \pi\cdot(a+b)}}$ h.x.

b) Dies stimmt für jedes Parallelogramm, also auch für ein Quadrat!

c) $\frac{a}{2}\cdot\pi + \frac{b}{2}\cdot\pi + \frac{c}{2}\cdot\pi = \pi\cdot\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}+\frac{c}{2}\right) = \frac{\pi}{2}\cdot(a+b+c)$

d) sh. b)

AB 4 — Produkte von Binomen

Merke

Die drei binomischen Formeln

Formel 1 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $= (a+b)\cdot(a+b)$

Formel 2 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

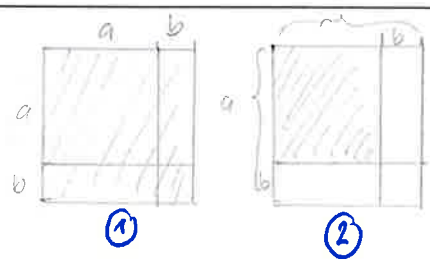
Formel 3 $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

5. Aufgabe

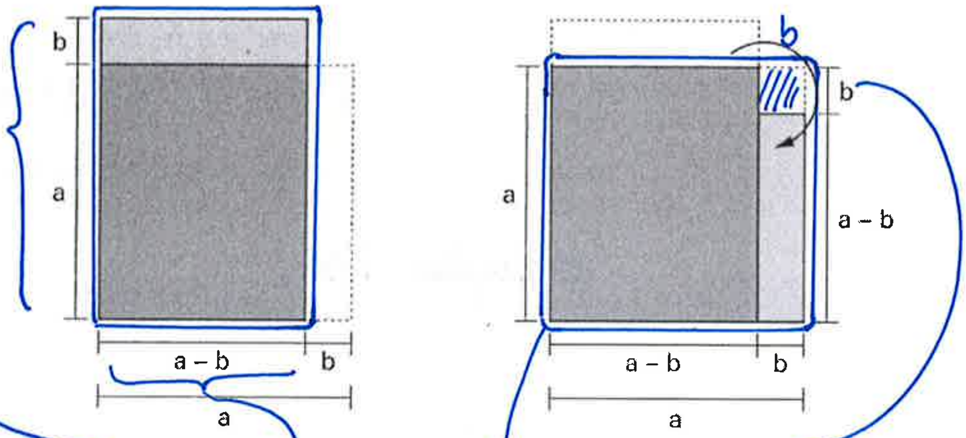
Binomische Formeln zeichnen

Zwei der Formeln 1 bis 3 beschreiben ein Quadrat. Welche Formeln sind es? Zeichne die entsprechenden Quadrate und beschrifte die Seitenlängen mit den entsprechenden Buchstaben.

→ Formel 1 + 2



Die dritte binomische Formel ist hier dargestellt. Erkläre die Umformung von Figur 1 zu Figur 2 mithilfe der Formel.



Figur 1 Figur 2

$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

6. Aufgabe

Binomische Formeln mit Zahlen untersuchen

Rechne gemäss Beispiel weiter, aber ohne TR und bis zur Zahl 21!

$11^2 = (10+1)^2 = (10+1)\cdot(10+1) = 100+10+10+1 = 100+20+1 = 121$

$12^2 = (10+2)^2 = (10+2)\cdot(10+2) = 100+20+20+4 = 100+40+4 = 144$

$13^2 = (10+3)^2 = (10+3)\cdot(10+3) = 100+30+30+9 = 100+60+9 = 169$

$14^2 = (10+4)^2 = \; = 196$

$15^2 = \; = 225$

$16^2 = \; = 256$

$17^2 = \; = 289$

$18^2 = \; = 324$

$19^2 = \; = 361$

$20^2 = \; = 400$

$21^2 = \; = 441$

Wie heisst der Term für:

$(10+x)^2 = 100 + 20x + x^2$ $(a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$

Merke

Faktorisieren und Differenz- bzw. Summenterme

Faktorisieren heisst Summenterme als Produkte darstellen. (Faktor · Faktor = Produkt)

Differenzterme können als Summenterme verstanden werden: $a - b = a + (-b)$

Summenterme zu Produkttermen umformen

Beim Faktorisieren unterscheidet man drei Fälle:

1. Fall Faktorisieren durch Ausklammern

Gemeinsame Faktoren kann man ausklammern:

$$15a^2b + 12ab - 3ab^2 = 3ab \cdot (5a + 4 - b)$$

$$3 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot b + 3 \cdot 4 \cdot a \cdot b - 3 \cdot a \cdot b \cdot b = 3 \cdot a \cdot b \cdot (5 \cdot a + 4 + (-b))$$

2. Fall Faktorisieren mithilfe einer binomischen Formel

$$9a^2 + 6ab + b^2 = (3a + b)^2$$

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

3. Fall Faktorisieren durch Ausprobieren und Überlegen

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 4) \cdot (x + 3) \quad [4x + 3x = 7x \quad 4 \cdot 3 = 12]$$

$$x^2 - x - 12 = (x - 4) \cdot (x + 3) \quad [-4 + 3 = -1 \quad (-4) \cdot 3 = -12]$$

7. Aufgabe

Überprüfe die Umformungen und ordne sie den drei Fällen des Faktorisierens zu.

Umformung	1. Fall	2. Fall	3. Fall
1	X		
2		X	
3		X	
4	X		
5		X	
6			X

Binomische Formeln mit Zahlen untersuchen

Umformung 1

$9x^2 + 12x = 3x \cdot (3x + 4)$

Umformung 2

$b^2 + 16a^2 + 8ab = (4a + b)^2$

Umformung 3

$121 - 4x^2 = (11 - 2x) \cdot (11 + 2x)$

Umformung 4

$16a^2 - 2ab + 4b = 2 \cdot (8a^2 - ab + 2b)$

Umformung 5

$-24xy + 36x^2 + 4b^2 = (6x - 2b)^2$

Umformung 6

$x^2 + 11x + 30 = (x + 5) \cdot (x + 6)$

8. Aufgabe

Was lässt sich über die Differenz zweier benachbarter Quadratzahlen sagen, zum Beispiel $7^2 - 6^2$? Untersuche allgemein. Begründe algebraisch und mit Hilfe einer Skizze.

Differenzen von Quadratzahlen untersuchen

$7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13 = 7 + 6 = 2 \cdot 7 - 1 = 2 \cdot 6 + 1$

$8^2 - 7^2 = 64 - 49 = 15 = 8 + 7 = 2 \cdot 8 - 1 = 2 \cdot 7 + 1$

$9^2 - 8^2 = 81 - 64 = 17 = 9 + 8 = 2 \cdot 9 - 1 = 2 \cdot 8 + 1$

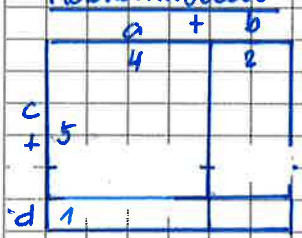
allg.

$(x+1)^2 - x^2 = \underline{x^2} + 2x + 1 \underline{-x^2} = 2x + 1$

Theorieteil 1

Flächenmodell
Buchstabenterm
Zahlenterm

Flächenmodell



Buchstabenterm

$(a+b)\cdot(c+d)$

$= ac + ad + bc + bd$

Zahlenterm

$16 \cdot 22$

$= (10+6)\cdot(20+2)$

$= 200 + 20 + 120 + 12$

$= 352$

Summenterm ↪ Produktterm

Summenterm		Produktterm
$8x + 4y$	→	$4\cdot(2x + 1y)$
$10x^2 + 10x$	→	$10x\cdot(1x + 1)$

ggT aller Summanden ausklammern

3 Binome

1. Binom

$(a+b)^2$

$= (a+b)\cdot(a+b)$

$= a^2 + \underbrace{ab + ab}_{} + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

2. Binom

$(a-b)^2$

$= (a-b)\cdot(a-b)$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

3. Binom

$(a+b)(a-b)$

$= a^2 - ab + ab - b^2$

$= a^2 - b^2$

$=$

Faktorisieren durch
- Ausklammern
- binomische Formeln
- Ausprobieren

Ausklammern

$15a^2b + 12ab - 3ab^2$

$= 3\cdot5\cdot a\cdot a\cdot b + 2\cdot2\cdot3\cdot a\cdot b + -3\cdot a\cdot b\cdot b$

$= 3a\cdot b\cdot(5\cdot a + 2\cdot2 + - b)$

$= 3ab\cdot(5a + 4 + b)$

Binomische Formeln

$16a^2 + 40ab + 25b^2 = (4a + 5b)^2$

Ausprobieren

$1x^2 + 7x + 12 = (x+3)\cdot(x+4)$

7 ist die Summe von 2 Zahlen
12 ist das Produkt der gleichen Zahlen } ⇒ 3, 4

$x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$

+3 ist die Summe
−10 das Produkt } *

* von 2 Zahlen: −2 + 5

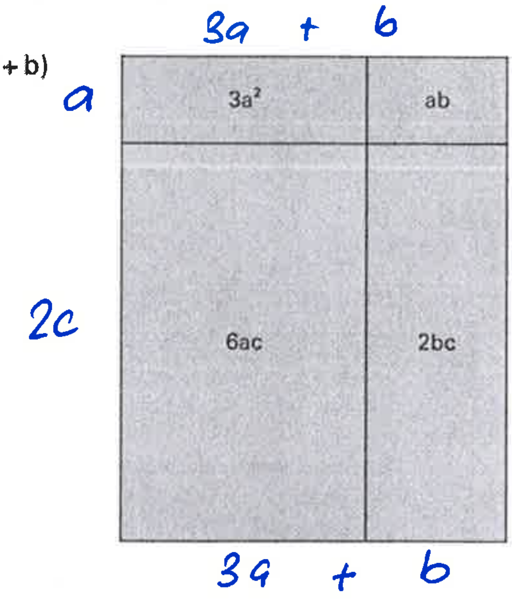
Lerninput: Bearbeite nun den **Lerninput** auf der dazugehörigen Online-Aktivität auf http://schule.omr.ch/ru

Übung 1

Zeige an der Figur, dass diese Termumformungen richtig sind.

$3a^2 + ab + 6ac + 2bc = a \cdot (3a + b) + 2c \cdot (3a + b)$

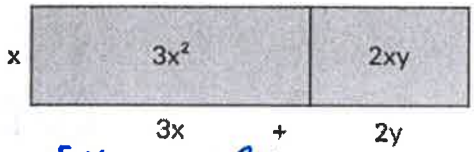
$= (3a + b) \cdot (a + 2c)$



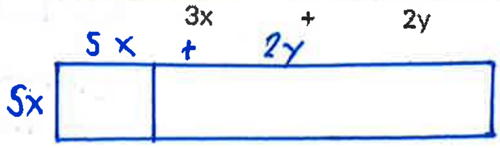
Übung 2

Zeichne zu jedem Term gemäss dem Beispiel eine passende Figur.

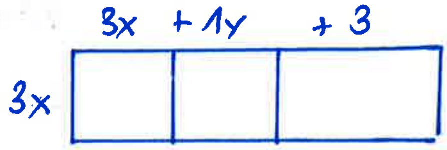
Beispiel: $3x^2 + 2xy = x(3x + 2y)$



$25x^2 + 10xy =$ 5x ·(5x + 2y)



$6x^2 + 3xy + 9x =$ 3x ·(3x + 1y + 3)



Übung 3

Stelle diese Terme als Quadrat dar.

$x^2 + 2xy + y^2 = ($ x + y $)^2$

$36a^2 + 12ab + b^2 = ($ 6a + b $)^2$

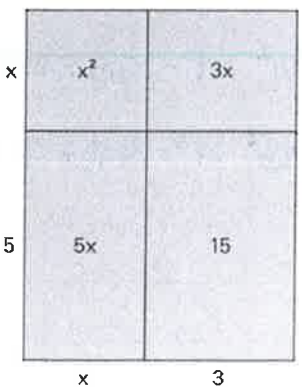
$81z^2 + 18z + 1 = ($ 9z + 1 $)^2$

Übung 4

Stelle diese Terme jeweils als Rechteck dar.

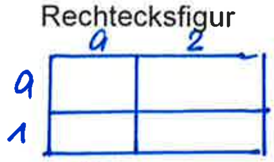
Beispiel:

$x^2 + 8x + 15 = (x + 3) \cdot (x + 5)$

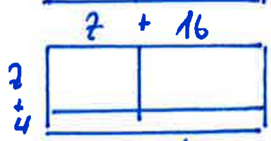


Aufgabe | Produktterme | Rechtecksfigur

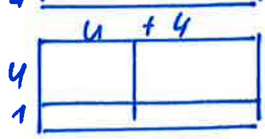
$a^2 + 3a + 2$ = (a + 2)·(a + 1)



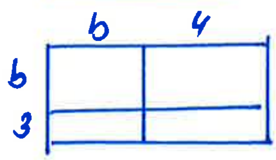
$z^2 + 20z + 64$ = (z + 16)(z + 4)



$u^2 + 5\cancel{8}u + 4$ = (u + 4)·(u + 1)



$12 + 7b + b^2$ = (3 + b)·(4 + b)



Übung 5

Berechne gemäss den Beispielen:

Beispiel 1 : $31^2 = (30+1)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

Beispiel 2 : $29^2 = (30-1)^2 = 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 - 60 + 1 = 8414$

Berechne:

$41^2 = (40+1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$

$79^2 = (80-1)^2 = 80^2 - 2 \cdot 80 \cdot 1 + 1^2 = 6400 - 160 + 1 = 6241$

$99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10'000 - 200 + 1 = 9801$

$52^2 = (50+2)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 2 + 2^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$

$102^2 = (100+2)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 10'000 + 400 + 4 = 10'404$

$97^2 = (100-3)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 = 10'000 - 600 + 9 = 9409$

Berechne Produkte von zwei Zahlen, deren Durchschnitt eine Zehnerzahl ist wie folgt: $31 \cdot 29 = (30+1) \cdot (30-1) = 30^2 - 1^2 = 899$

$51 \cdot 49 = (50+1) \cdot (50-1) = 50^2 - 1^2 = 2499$

$79 \cdot 81 = (80+1) \cdot (80-1) = 80^2 - 1^2 = 6399$

$21 \cdot 19 = (20+1) \cdot (20-1) = 20^2 - 1^2 = 399$

$92 \cdot 88 = (90+2)(90-2) = 90^2 - 2^2 = 8096$

Übung 6

Berechne die folgenden Quadrate und Produkte. Überlege bei jeder Berechnung, welche binomische Formel dir einen Rechenvorteil bietet. Notiere die Rechnung in der entsprechenden Tabellenspalte.

$14^2 - 78^2 - 89^2 - 35^2 - 72^2 - 203^2 - 195^2 - 81 \cdot 79 - 68 \cdot 72 - 1001 \cdot 999$

$(a+b)^2$	$(a-b)^2$	$(a+b)(a-b)$
$(10+4)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 4 + 4^2 = 196$	$(80-2)^2 = 80^2 - 2 \cdot 80 \cdot 2 + 2^2 = 6400 - 320 + 4 = 6084$	$81 \cdot 79 = (80+1) \cdot (80-1) = 80^2 - 1^2 = 6399$
$72^2 = \quad = 5184$	$89^2 = (90-1)^2 = 90^2 - 2 \cdot 90 \cdot 1 + 1^2 = 8100 - 180 + 1 = 7921$	$68 \cdot 72 = (70-2) \cdot (70+2) = 70^2 - 2^2 = 4896$
$203^2 =$	$35^2 \quad = 1225$	$1001 \cdot 999 = (1000+1) \cdot (1000-1) = 1000^2 - 1^2 = 999'999$
$= 41'209$	$195^2 \quad = 38'025$	

Übung 7

Berechne die Quadrate: Welche Gesetzmässigkeiten innerhalb einer Spalte findest du?

Spalte 1	Spalte 2	Spalte 3	Spalte 4
$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$	$(3a-b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$	$(2a+2b)^2 = 4a^2 + 8ab + 4b^2$	$(a-5b)^2 = a^2 - 10ab + 25b^2$
$(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$	$(6a-b)^2 = 36a^2 - 12ab + b^2$	$(3a+3b)^2 = 9a^2 + 18ab + 9b^2$	$(a-10b)^2 = a^2 - 20ab + 100b^2$
$(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$	$(9a-b)^2 = 81a^2 - 18ab + b^2$	$(4a+4b)^2 = 16a^2 + 16ab + 16b^2$	$(a-15b)^2 = a^2 - 30ab + 225b^2$

Übung 8

a) Berechne die Quadrate:

$(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$

$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$

$(a+\frac{1}{2})^2 = a^2 + a + \frac{1}{4}$

$(a+\frac{1}{4})^2 = a^2 + a/2 + 1/16$

$(4a+0.2b)^2 = 16a^2 + 1.6ab + 0.04b^2$

$(2a+0.4b)^2 = 4a^2 + 1.6ab + 0.16b^2$

$(a+0.8b)^2 = a^2 + 1.6ab + 0.64b^2$

$(0.5a+1.6b)^2 = \frac{1}{4}a^2 + 1.6ab + 2.56b^2$

$(3a-b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(\frac{a}{3} - b)^2 = a^2/9 - \frac{2}{3}ab + b^2$

$(\frac{a}{9} - b)^2 = a^2/81 - \frac{2}{9}ab + b^2$

$(0.1a-1.5b)^2 = 0.01a^2 - 0.3ab + 2.25b^2$

$(0.4a-0.5b)^2 = 0.16a^2 + 0.4ab + 0.25b^2$

$(0.7a-0.5b)^2 = 0.49a^2 - 0.7ab + 0.25b^2$

$(a+1.5b)^2 = a^2 + 3ab + 2.25b^2$

b) Berechne ebenso:

$(m + 3)^2 = m^2 + 6m + 9$

$(z - 9)^2 = z^2 - 18z + 81$

$(5x + 2y)^2 = 25x^2 + 20xy + 4y^2$

$(4b - m)^2 = 16b^2 - 8bm + m^2$

$(2w+1)(2w-1) = 4w^2 - 1$

$(3x + 2y)(2x-3y) = 6x^2 - 9xy + 4xy - 6y^2 = 6x^2 - 5xy - 6y^2$

$(3y - 0.5x)^2 = 9y^2 - 3xy + 0.25x^2$

$(3p-a)(3p+a) = 9p^2 - a^2$

$(\frac{a}{5} - 5b)^2 = a^2/25 - 2ab + 25b^2$

$(\frac{a}{6} - \frac{b}{3})^2 = \frac{a^2}{36} - \frac{1}{9}ab + \frac{b^2}{9}$

$(4x - 9y)^2 = 16x^2 - 72xy + 81y^2$

$(10n + m)^2 = 100n^2 + 20nm + m^2$

Übung 9

Diese beiden Berechnungen sind falsch.

Wie wurde gerechnet? Korrigiere den Fehler und begründe deine Korrektur!

Berechnung 1 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ f richtig wäre: $a^2 + 2ab + b^2$

Berechnung 2 $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ " " : $a^2 - 2ab + b^2$

AB 10 Produkte von Binomen

Übung 10

Term	Summen-term	Produkt-term	umwandeln in ... ... Summenterm ... Produktterm ... wenn möglich
3x(x+4)-2x	x		$3x^2 + 12x - 2x = 3x^2 + 10x = x(3x + 10)$
$x^2 + 7x + 12$	X		$(x+4)\cdot(x+3)$
$(x+2y)^2$		X	$x^2 + 4xy + 4y^2$
$x^2 - 81$	X		$(x+9)\cdot(x-9)$
xy + 2y + 1	X		unmöglich zu verwandeln
x + 4(x+4)	X		$x + 4x + 16 = 5x + 16$ kein Produkt möglich
2(x+2)+4	X		$2x + 4 + 4 = 2x + 8 = 2\cdot(x+4)$
2x(x+4)		X	$2x^2 + 8x$
2(x+y)(x+y)		X	$2\cdot(x^2 + 2xy + y^2) = 2x^2 + 4xy + 2y^2$
x-(4x+3)	X		$x - 4x - 3 = -3x - 3 = -3\cdot(x+1)$
xy+2y+2xy	X		$3xy + 2y = y\cdot(3x+2)$
(x+2y)-2	X		$x + 2y - 2$; kein Produkt möglich
$x^2(2+y)$		X	$2x^2 + 2x^2y$

Übung 11

Einige dieser Terme entsprechen einer der binomischen Formeln. Welche? Schreibe sie als Produktterm.

$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$

$9a^2 + 6ab + b^2 = (3a+b)^2$

$a^2 + b^2 =$ unmöglich

$-2ab + b^2 + a^2 = (a-b)^2$

$5a^2 - 10ab + 2b^2 =$ unmöglich

$2a^2 - 20ab + 5b^2 = (\quad)\cdot(\quad)$

$a^2 + 4ab + b^2 =$ unmöglich

$a^2 + 4ab + 2b^2 =$ "

$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$

$a^2 + 2ab - b^2 = (a-b)^2$

$25a^2 - 10ab + b^2 = (5a-b)^2$

$a^2 + 10ab + b^2 =$ unmöglich

Übung 12

Mache aus der Summe ein Produkt: Klammere aus!

$8a + 8b = 8\cdot(a+b)$

$4ax - 12bx = 4x\cdot(a-3b)$

$9x^2 + 6xy = 3x(3x+2y)$

$9x^2 - 7y =$ unmöglich

$36 - b^2 = (6 - b)(6+b)$

$64a^2 + 48ab + 9b^2 = (8a+3b)^2$

$2.25u^2 - 3uv + v^2 = (1.5u+v)^2$

$4b^2 - 0.09m^2 = (2b+0.3m)\cdot(2b-0.3m)$

$6x - 10y = 2\cdot(3x-5y)$

$5x + y =$ unmöglich

$9x^2 - 3xy = 3x\cdot(3x-1y)$

$9x^2 + 3x = 3x\cdot(3x+1)$

$121y^2 - 44yz + 4z^2 = (11y-2z)^2$

$1.69c^2 - 1.96d^2 = (1.3c+1.4d)\cdot(1.3c-1.4d$

$144a^2 + 12ab + 0.25b^2 = (12a+0.5b)^2$

$100u^2 - 2ur + 0.01r^2 = (10u-0.1r)^2$

Übung 13

Klammere aus: Faktorisiere!

$12x - 36y + 84z = 12\cdot(1x-3y+7z)$

$69x + 92y + 23z = 23(3x+4y+1z)$

$ax - ay + 4a = a(x-y+4)$

$ax^3 + bx^2 + cx = x\cdot(ax^2+bx+c)$

$m - mx + my = m\cdot(1-x+y)$

$32b + 48c - 96d = 16(2b+3c-6d)$

$10a - 15b + 20c = 5(2a-3b+4c)$

$6xy - 3y^2 + 5y^3 = y\cdot(6x-3y+5y^2)$

Übung 14

Klammere aus und kürze, wo dies möglich ist.

Beispiel:

$$\frac{3a^2-4a}{a} = \frac{a(3a-4)}{a} = 3a-4$$

$$\frac{xy+yx}{y} = \frac{y\cdot(x+x)}{y} = x+x = 2x$$

$$\frac{5w^3+10w^2}{5w^2} = \frac{5w^2\cdot(w+2)}{5w^2} = w+2$$

$$\frac{5a^2x-20ax}{10ax^2} = \frac{{}^{1}\cancel{5ax}\cdot(x-4)}{{}_{2}\cancel{10ax^2}} = \frac{x-4}{2x}$$

$$\frac{6t-9t^2}{3t} = \frac{3t\cdot(2-3t)}{3t} = 2-3t$$

$$\frac{12x^2y+4xy^2}{4xy} = \frac{4xy\cdot(3x+y)}{4xy} = 3x+y$$

$$\frac{5u}{3t-2t^2} = \frac{5u}{3t-2t^2}$$

Übung 15

Diese Terme lassen sich durch „Aufspalten" faktorisieren.

Beispiel:

$x^2 + 3x + 2$

$= (x+1)\cdot(x+2)$

$x^2 - 3x + 2 = (x-2)\cdot(x-1)$

$x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$

$x^2 + 2x - 3 = (x-3)(x+1)$

$a^2 + 6a - 7 = (a+7)(a-1)$

$a^2 - 6a - 7 = (a-7)(a+1)$

$a^2 - 8a + 7 = (a-7)(a-1)$

$x^2 + x - 2 = (x+2)\cdot(x-1)$

$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$

$a^2 + 12a + 20 = (a+2)(a+10)$

$b^2 + 16b + 15 = (b+1)(b+15)$

$y^2 - 8y - 33 = (y-11)(y+3)$

$a^2 + 8a + 7 = (a+7)(a+1)$

Übung 16

Faktorisiere diese Terme. Bei welchen zwei Termen ist dies nicht möglich? ●

$7x + 7y = 7\cdot(x+y)$

$64x^2 - y^2 = (8x+y)\cdot(8x-y)$

$x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2$

$x^2 + 3x - 4 = (x+4)(x-1)$

$1 - r^2 = (1+r)\cdot(1-r)$

$36a^2 - b^2 = (6a+b)(6a-b)$

$4p^2 + 4pq + q^2 = (2p+q)^2$

$x^2 + 3x + 4 =$ ●

$y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2$

$121x^2 - 44xy + 4y^2 = (11x-2y)^2$

$ma - m = m\cdot(a-1)$

$7x + 14y - 21 = 7\cdot(x+2y-3)$

$100m^2 - 49n^2 = (10m-7n)(10m+7n)$

$a^2 - 10a + 25 = (a-5)^2$

$x^2 + 6x + 8 = (x+2)\cdot(x+4)$

$x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

$1 + 12y + 36y^2 = (1+6y)^2$

$33a^2 + 22ab + 11b^2 = 11\cdot(3a^2+2ab+b^2)$

$4a^2 + 2a + 1 =$ ●

$a^2 + a + 0.25 = (a+0.5)^2$

Probeklausur

1. Aufgabe 3 P

Berechne das Quadrat und stelle die Berechnung an der Figur dar.

$(2x + 5y)^2 = 4x^2 + 20xy + 25y^2$

	$2x$	$5y$
$2x$	$4x^2$	$10xy$
$5y$	$10xy$	$25y^2$

2. Aufgabe 2 P

Stelle die Summe wieder als Quadrat dar.

$36a^2 + 36ad + 9d^2 = (6a + 3d)^2$

	$6a$	$3d$
$6a$	$36a^2$	$18ad$
$3d$	18ad	$9d^2$

3. Aufgabe 7 P

Löse richtig auf.

a) $(3e + 2f)^2 = 9e^2 + 12ef + 4f^2$

b) $(4u - 6v)^2 = 16u^2 - 48uv + 36v^2$

c) $(9x - 2y)(9x + 2y) = 81x^2 - 4y^2$

d) $(5e^4 - 2f)^2 = 25e^8 - 20e^4f + 4f^2$

e) $(-3s + 4t)^2 = 9s^2 - 24st + 16t^2$

f) $(0{,}2a - 0{,}06b)^2 = 0.04a^2 - 0.024ab + 0.0036b^2$

g) Notiere mit gekürzten Brüchen

$\left(2x - \frac{\sqrt{a}}{8y}\right)^2 = 4x^2 - \cancel{2}^{1} \cdot 2x \cdot \frac{\sqrt{a}}{\cancel{8}_{2}y} + \left(\frac{\sqrt{a}}{8y}\right)^2$

$= 4x^2 - \frac{x\sqrt{a}}{2y} + \frac{a}{64y^2}$

4. Aufgabe 7 P

Verwandle folgende Terme in ein Produkt:

a) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

b) $169x^2 - 25y^6 = (13x - 5y^3)(13x + 5y^3)$

c) $1 + 30x + 225x^2 = (1 + 15x)^2$

d) $9a^2 + 49b^2 + 42ab = (3a + 7b)^2$

e) $36z^{12} - 132z^6 + 121 = (6z^6 - 11)^2$

f) $0{,}0256i^2 - 0{,}64k^2 = (0.16i + 0.8k) \cdot (0.16i - 0.8k)$

g) $\frac{b^8}{36} - \frac{16c^2}{25} = \left(\frac{b^4}{6} + \frac{4c}{5}\right) \cdot \left(\frac{b^4}{6} - \frac{4c}{5}\right)$

5. Aufgabe 4.5 P

Ergänze die Aufgaben sinnvoll.

$v^2 + 10vw + \boxed{25w^2} = (v + 5w)^2$

$9r^4 - 30r^2 + \boxed{25} = (3r^2 - 5)^2$

$x^2 - \boxed{\frac{6}{4}}\, x + \frac{9}{16} = \left(x - \frac{3}{4}\right)^2$

$= \frac{3}{2}$

6. Aufgabe **3 P**

Vervollständige

a) $(\boxed{3x} - 7y)^2 = \boxed{9x^2} - 42xy + \boxed{49y^2}$

b) $(\boxed{20f} + \boxed{10})^2 = 400f^2 + 400f + \boxed{100}$

7. Aufgabe **3 P**

Faktorisiere diese Terme:

$x^2+5x+6 \quad = (x+3)\cdot(x+2)$

$y^2+4y-45 \quad = (y+9)(y-5)$

$x^2-x-12 \quad = (x-4)\cdot(x+3)$

8. Aufgabe **3 P**

Die Strecke AB hat die Länge j. Bei der ersten Figur sind drei, bei der zweiten vier und bei der dritten fünf Quadrate angefügt. Die blau eingezeichneten Wege 1 bis 3 gehen entlang der Quadratseiten und führen so von A nach B.

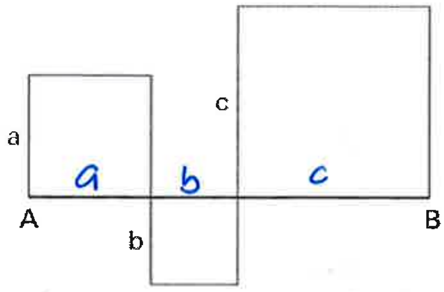
Beschreibe jeweils die Längen der Wege durch einen Term.

Weg 1 = $3a+3b+3c = 3\cdot(a+b+c) = 3\cdot j$

Weg 2 = $3w+3x+3y+3z = 3\cdot(w+x+y+z) = 3j$

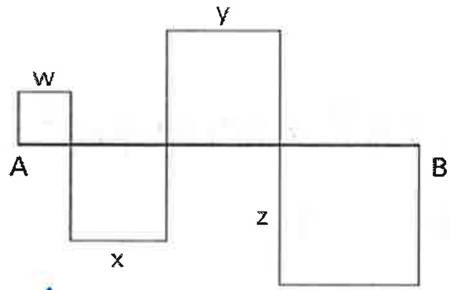
Weg 3 = $3q+3r+3s+3t+3u = 3\cdot(q+r+s+t+u) = 3\cdot j$

Weise mit Hilfe der Terme nach, dass diese Wege alle gleich lang sind.

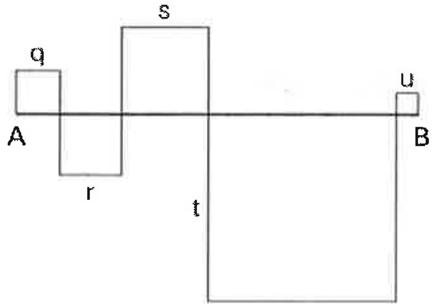


$j = a+b+c$

Weg 1



Weg 2 $j = w+x+y+z$



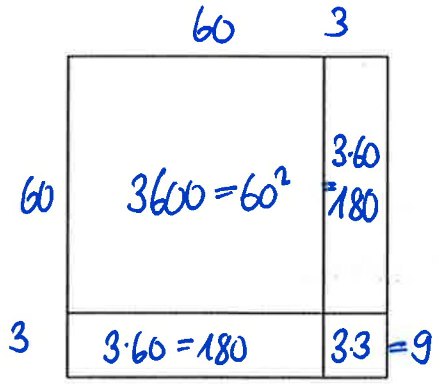
Weg 3

$j = q+r+s+t+u$

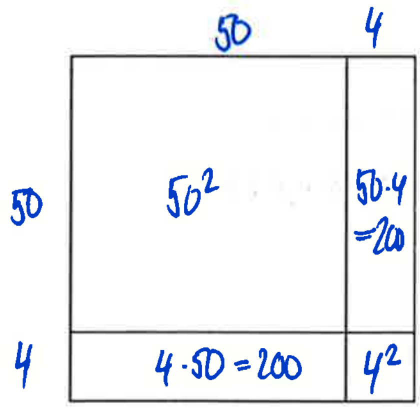
Zusatzaufgabe 1

Berechne mithilfe der Figuren.

A $63^2 = (60+3)^2 = 60^2 + 2 \cdot 3 \cdot 60 + 3^2$



B $54^2 = (50+4)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 4 + 4^2$



Zusatzaufgabe 2

Berechne das Quadrat von Zahlen, die nahe an einer Zehnerzahl liegen.

Beispiel:
$30^2 = 900$
$31^2 = (30+1)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$
$29^2 = (30-1)^2 = 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 - 60 + 1 = 841$

A Berechne ebenso:

$41^2 = (40+1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1681$

$59^2 = (60-1)^2 = 60^2 - 2 \cdot 60 \cdot 1 + 1^2 = 3481$

$71^2 = (70+1)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 = 5041$

$99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2$
$= 9801$

Zusatzaufgabe 3

Notiere den Summenterm.

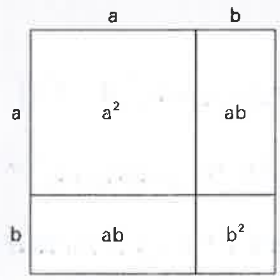
A
$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$
$(a+2)^2 = a^2 + 4a + 4$
$(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$
$(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

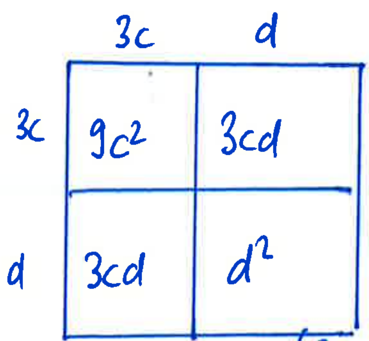
B
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(3a-b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$
$(6a-b)^2 = 36a^2 - 12ab + b^2$
$(9a-b)^2 = 81a - 18ab + b^2$

Zusatzaufgabe 4

Die Terme lassen sich als eine «Summe hoch zwei» darstellen.
Notiere die Produktterme als «Summe hoch zwei». Zeige sie an einer Figur.

Beispiel:
$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$





$9c^2 + 6cd + d^2 = (3c+d)^2$

Zusatzaufgabe 5

Schreibe als Produktterm.

A $9a^2 + 6ac + c^2 = (3a+c)^2$

B $4 - 10v + 25v^2 = (2-5v)^2$

C $9 - 16w^2 = (3+4w)(3-4w)$

D $0{,}36p^2 + 1{,}2pq + q^2 = (0.6p+q)^2$

E $81a^2 - 49b^2 = (9a-7b)(9a+7b)$

Faktorisiere, wo es geht, mit Hilfe der binomischen Formeln.

A $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$p^2 - 14p + 49 = (p-7)^2$

$100a^2 + 20a + 1 = (10a+1)^2$

B $c^2 - 12c + 36 = (c-6)^2$

$a^2 - 22ab + 121b^2 = (a-11b)^2$

$25x^2 - 15xy + 9y^2 = (5x-3y)^2$

$81p^2 - 144pq + 64q^2 = (9p-8q)^2$

C $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

$y^2 - 169 = (y+13)(y-13)$

$81c^2 + 1 =$ unmöglich

$49u^2 - 4v^2 = (7u+2v)(7u-2v)$

Faktorisiere die Terme, wo möglich.

A $7x + 7y = 7 \cdot (x+y)$

$ma - m = m \cdot (a-1)$

$64x^2 - y^2 = (8x-1y)(8x+1y)$

$7x + 14y - 21 = 7(1x+2y-3)$

$x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2$

B $100m^2 - 49n^2 = (10m-7n)(10m+7n)$

$x^2 + 3x - 4 = (x+4)(x-1)$

$a^2 - 10a + 25 = (a-5)^2$

$1 - r^2 = (1+r)(1-r)$

$x^2 + 6x + 8 = (x+4)(x+2)$

C $36a^2 - b^2 = (6a-b)(6a+b)$

$x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

$4p^2 + 4pq + q^2 = (2p+q)^2$

$1 + 12y + 36y^2 = (1+6y)^2$

$x^2 + 3x + 4 =$ unmöglich

D $33a^2 + 22ab + 11b^2 = 11 \cdot (3a^2 + 2ab + b^2)$

$y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2$

$4a^2 + 2a + 1 = (2a+1)^2$

$121x^2 - 44xy + 4y^2 = (11x-2y)^2$

$a^2 + a + 0{,}25 = (a+0.5)^2$

Zusatzaufgabe 6

Mache klammerfrei.

A $(9u - r)^2 = 81u^2 - 18ur + r^2$

B $(1 - \frac{1}{3}x)^2 = 1 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}x^2$

C $(3x - 4y)(3x + 4y) = 9x^2 - 16y^2$

$(11y + 2)^2 = 121y^2 + 44y + 4$

$(\frac{a}{5} - 2)(\frac{a}{5} + 2) = \frac{a^2}{25} - 4$

Merkblatt

Meine persönliche Zusammenstellung zu dieser LU.
Erstelle dazu ein eigenes Blatt und klebe es hier als zusätzliche Seite/Blatt ein!